Digitized by Google

BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
XXXIII
A
10
NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

ELEMENTA

GEOMETRIÆ EX EVCLIDE *ſingulari prudentia collecta à Ioãne Vo=gelin profeſſore Mathematico in ſchola Vuiennenſi.*

Arithmeticæ practicæ per Georgium Peurbachium Mathematicum:

[redacted]



1401064

Digitized by Google

Has artes teneris annis ſtudioſa Iuuentus
Diſcito, Menſuras quæ numeroſq́; docent
Premia nanq́; feres ſuſcepti magna laboris,
Ad cœlum monſtrant hec tibi ſcripta uiam.
Qua patet immenſis ſpacijs pulcherrimus orbis,
Si metas horum cernere mente uoles.
Sidera uel quanam cœli regione uagentur,
Æterni curſus quas habeantq́; uices.
Cur Luna inuoluat ceca caligine fratrem
Cur Lunæ uſuram lucis & ille neget
Venturos etiam caſus quæ fata gubernent
Quas populis clades aſtra inimica ferant
Hæc ſi noſſe uoles, prius eſt doctrina tenenda.
Quam breuiter tradunt hec elementa tibi.
Cumq́; hominum mentes, quæ cœlo ſemina ducunt
Errent à patria ſede domoq́; procul,
Hęc doctrina ipſas terrena mole ſolutas
Cœleſti reduces rurſus in arce locat.

Georgius Æmylius.

ELEMENTA

LIS GEOMETRICI.

Caput. I.

DEFINITIONES.

1 PVnctus, eſt cuius pars nulla eſt.



2 Linea, eſt longitudo ſine latitudine, cuius quidem extremitates ſunt duo puncta.

3 Linea recta, eſt ab uno puncto ad alium breuiſſima extenſio, in extremitates ſuas utrunq; eorũ recipiens.

4 Superficies, eſt quæ longitudinem & latitudinem tantum habet. Cuius quidem terminĩ ſunt lineæ.

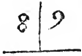


5 Superficies plana, eſt ab una linea ad aliam breuiſſima extenſio, illas recipiens in ſuas extremitates.

6 Angulus planus, eſt duarum linearum alternus contactus, quarum expanſio eſt ſuper ſuperficiem planã, applicatioq; non directa.

7 Angulus rectilineus, eſt quem continent duę lineæ rectæ.

8 Angulus rectus, eſt utrũlibet eorum qui fiunt, dum recta linea ſuper rectam ſteterit, duosq; angulos ex utraq; parte fecerit æquales.

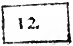


9 Linea perpendicularis, eſt recta linea, rectę inſiſtens, duosq; circum ſe angulos rectos faciens.



10 Angulus obtuſus, eſt qui recto maior eſt.

11 Angulus acutus, eſt qui recto minor eſt.



12 Terminus, eſt quod uniuſcuiuſq; finis eſt.

13 *Figura,eſt quæ termino uel terminis clauditur.*

14 *Rectilineæ figurę,ſunt q̄ rectis lineis continentur.* *Rectilinearum figurarum,alia eſt trilatera,alia quadrilatera,alia multilatera.*

Triangulorum, alius iſopleuros, id eſt,æquilaterus, alius iſoſceles,id eſt,ęquicrurus alius ſcalenus.



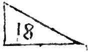
15 *Æquilaterus eſt,qui tribus ęquis finitur lateribus.*

16 *Iſoſceles,qui duo tantum habet latera ęqualia.*

17 *Scalenus,qui tribus inęqualibus continetur lateribus.*



Amplius triangulorum, alius eſt Orthogonius, *id eſt, rectangulus, alius oxygonius, id eſt, acutiangulus, alius amblygonius,id eſt,obtuſiangulus.*



18 Orthogonius *eſt, qui unum habet rectum angulum.*



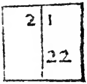
19 Ambygonius, *qui habet unum obtuſum angulum.*

20 Oxygonius, *qui cunctos tres habet acutos angulos.*



21 Quadrilaterarum *figurarum,*Quadratum *eſt, quod ęquilaterum atq; rectangulum eſt.*

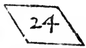
22 *Tetragonus longus,rectangulus quidē eſt,ſed ęquilaterus non eſt.*



23 *Rhombus eſt,qui ęquilaterus quidem ſed rectangulus non eſt.*

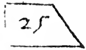


24 *Rhomboides, qui neq; latera neq; angulos æquales habet,latera tamen oppoſita, & angulos oppoſitos ęquales habet.*



25 *Trapezia,hoc eſt,menſulæ, omnes ſunt, præter has figuræ quadrilateræ.*

26 *Multilateræ figurę plurib. quàm quatuor clauduntur lineis.*

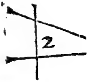


27 *Æquidiſtantes lineæ ſunt, quæ in eadem ſuperficie*



collocatæ,atq; in alterutram partem protractæ; non concurrunt,etiam ſi in infinitum protrahantur.

PETITIONES.





1 Omnes rectos angulos ſibi inuicem eſſe æquales.

2 Si Linea recta ſuper duas rectas ceciderit lineas, duosq; angulos ex una parte illius lineæ ductis rectis angulis minores fecerit,has duas lineas in eandē partem protractas,cõiunctum iri. Et econtrario.

3 Duas rectas lineas ſuperficiem nullam claudere.

4 Si in aliquo triangulo,alterum duorum laterum ſuper baſim ſtantium demittatur,alterum neceſſario uel breuius uel longius fieri.

Quam nos hic quartam ponimus petitionem, Euclides ſeptimam primi libri propoſitionem annectauit. Verum quia demonſtratio eius difficilior uideri poſſet,incipienti primum diſcere elementa,& demonſtrationibus linearibus nondum aſſueto,quodq; ipſa petitioni proxima eſt, eiusq; uſus admodum rarus, id propterea inter poſtulata eam annumerauimus.

COMMVNES SENTENTIÆ.

1 Quæcunq; uni & eidem ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia.

2 Si æqualibus æqualia addantur, aggregata fient æqualia.

3 Si ab ęqualibus æqualia auferantur, reſidua erunt ęqualia.

4 Si ab inæqualibus ęqualia auferantur, reſidua erunt inæqualia.

5 Si inæqualibus æqualia addantur, aggregata erunt inæqualia.

inæqualia.

6 *Si duæ res fuerint uni duplices, ipſæ ſibi inuicem erunt æquales.*

7 *Si fuerint duæ res quarum utraq; unius & eiuſdem eſt dimidium, erunt ſibi inuicem æquales.*

8 *Si qua res alteri ſuperponatur applicetur q; ei, nec excedat altera alteram, hæ erunt ſibi inuicem æquales. Et econtrario.*

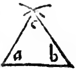
9 *Omne totum maius eſt ſua parte.*

10 *Totum ęquale eſt ſuis oĩbus partibus ſimul ſumptis.*

PROPOSITIO PRIMA:

Supra datam rectam lineam triangulum æquilaterum collocare.

Sit data linea a b. ſic ſuper eam conſtituemus triangulum æquilaterum. Poſito pede circini immobili in a, alter extendatur ſecundum ſpacium lineæ a b, & circunductus ſcribat circum occultum. Deinde circino non uariato pedem eius immobilem ponamus in b, & alter circunductus priorem circum ſecet in puncto c. Punctus ille ſectionis c iungatur lineis rectis cum a & b punctis, & factus erit triangulus æquilaterus. Nam omnes hæ lineæ ſunt uni æquales, ei ſalicet, quæ eſt inter extremitates pedum circini, quare per primam communẽ ſententiam, inter ſe ſunt æquales. Æquicrurum haud aliter datæ lineæ ſuperpones, niſi quod circinus amplius quã eſt datę lineæ ſpacium, uel minus extendendus eſt.



Scalenus tum fiet, ſi circinus primo amplius, deinde minus extenditur quàm eſt data linea.

Quorumcunq; duorum triangulorum duo latera unius, duobus lateribus alterius fuerint æqualia, & anguli his æquis laterib. contenti æquales, erit baſis baſi, & reliqui anguli æquis lateribus contenti, alter alteri, & totus triã gulus toti triangulo æqualis.



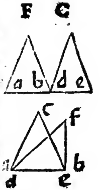
Sunt duo trianguli a b c, d e f, ſitq; latus a b, æquale lateri d f. Et latus a c, æquale lateri d e, & angulus a æqualis angulo d. Dico *baſim b c, æqualem eſſe baſi e f, & angulum b, angulo c, & angulum f, angulo e, & totum trianguli a b c ſuperficiem, ſuperficiei trianguli d e f æqualem.* Nam *finge lineam d e ſuperponi & accommodari a c lineæ, neutra igitur alteram excedet per conuerſionem octauæ conceptionis, poſitæ enim ſunt æquales, & punctus d cadet ſuper a punctum, & ſimiliter e pũctus ſuper c.* Quia *uero angulus a poſitus eſt æqualis angulo d, neceſſario cadet linea d f ſuper lineam a c, & propter præſtructam æqualitatem earum, incidet f punctus puncto c, & erit cum eo unus pũctus, quapropter baſis e f cadet ſuper baſin b c, ita ut fiat cũ ea linea una, alioqui duæ rectæ lineę clauderent ſuperficiem, quod eſt contra petitionem tertiam, & quia neutra alterã excedit, terminantur enim iiſdem punctis, ſunt igitur æquales.* Rurſus *angulus e ſuperpoſitus eſt angulo b & eum non excedit, neq; ab eo exceditur, eſt ergo ei æqualis.* Haud *aliter angulus f ęqualis probatur angulo c.* Præterea *totus triangulus d e f toti triangulo a b c ſuperpoſitus eſt, ipſum neq; excedens, neq; ab eo ſuperatus, quapropter*

Digitized by Google

concluditur ei æqualis, propter octauam communem ſen tentiam.

PROPOSITIO TERTIA.

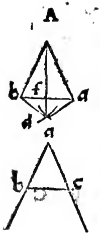
Si tria latera unius trianguli fuerint æqualia tribus lateribus alterius trianguli, qui continentur æquis lateribus anguli æquales erunt.



Sint duo trianguli a b c, d e f, ſitq́; latus a c æquale latæri d f, & b c ęquale e f, & a b æquale d e. Dico angulum c eſſe æqualem angulo f, & angulum a angulo d, & angulum b angulo e, hi enim lateribus relatiuis & ęqualibus continentur. Nam ſuperponatur baſis d e baſi a b, neutra itaq;, quoniam poſitæ ſunt æquales, alteram longitudine uincet. Punctus igitur f non cadet aliò quã ſuper punctum c, Nam ſi aliò caderet, tunc alterutra linearum aut d f aut e f demitteretur, quare per ultimam petitionem altera breuior fieret.

Verbi gratia, ſi linea a f demitteretur, ita quidem ut maneret æqualis lineæ e c, tunc b f linea decreſceret neceſſario & minor fieret quàm b c linea, quod eſt contra hypotheſim, ſunt enim poſitæ æquales. Igitur non poteſt punctus f alibi quàm in c cadere, poſtquàm d e ſuperpoſita fuerit a b lineæ. Neceſſario etiam cadet a f linea ſuper e c lineam, & f b ſuper c d, aliter enim duæ rectæ lineæ clauderent ſuperficiem. Ea propter erunt omnes anguli relatiui, hoc eſt, æquis lateribus contenti inter ſe æquales per octauam conceptionem. Nam ſibi inuicem ſuperpoſiti prorſus congruunt ac quadrant.

PROPOSITIO QVARTA.



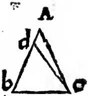
Trianguli ęquicruri,qui ſupra baſim ſunt anguli,ſibi inuicem æquales ſunt.Quod ſi latera æqualia protrahantur, anguli quoq; ſub baſi erunt æquales.

Sit triangulus a b c, cuius latus a b ſit æquale lateri a c.Dico angulum a b c eſſe ęqualem angulo a c b.Nam ſuper baſim b c in alterum partem conſtruatur triangulus ſiue æquilaterus ſiue æquicrurus, idq; per primam propoſitionem huius capitis qui ſit b d c,& puncta a d iũgantur linea recta,quę ſecet baſim in puncto f. Intelligo itaq; duos triãgulos a b d & a c d,quorũ latera unius ſunt æqualia lateribus alterius. Eſt enim a b æquale a c per hypotheſin, b d uero æquale ipſi c d per primam huius,& a d eſt utriq; triangulo commune,ergo per præcedentem angulus b a d eſt ęqualis angulo c a d quod memori ſerua mente.Rurſus alios duos triangulos intelligo, ſcilicet a b f,& a c f,quorũ duo latera unius, ſunt ęqualia duob.lateribus alterius.Nam b a eſt ęquale a c per hypotheſim,& a f utriq; commune,anguli præterea contenti his ęquis laterib.ſunt æquales ut modo oſtẽdimus,ergo per ſecundam huius angulus a b f,æquatur angulo a c f, quod erat demonſtrandum.Secunda pars patebit demonſtrata decima propoſitione.

PROPOSITIO QVINTA.

Si cuius trianguli,anguli ſupra baſim fuerint æquales,latera ſeu crura illius trianguli erunt æqualia.

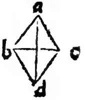
Sit triangulus a b c,cuius anguli ſupra baſim b & c ſint ęquales,dico latera eius a b & a c eſſe ęqualia. quia



ſi non ſunt æqualia, erit alterum eorum longius, & ſit illud a b. Recẽſetur ergo ad ęqualitatem in puncto d, ut d b ſit æqualis a c, & trahatur linea d c. Intelligo itaq; duos triangulos a b c totalem, & d b c partialem. Et quia duo latera unius ponuntur æqualia duobus lateribus alterius, latus ſcilicet d b ęquale lateri a c, ipſo b c exiſtente communi, anguli etiam his ęquis lateribus contenti, ſunt poſiti æquales, per ſecundam itaq; huius, trianguli ipſi erunt inter ſe æquales, ut a b c triangulus totus, triangulo d b c partiali, quod eſt impoſſibile.

PROPOSITIO SEXTA.

Datum angulum per æqualia diuidere.

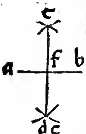


Sit datus angulus in duo æqualia ſecandus a. Lineæ ipſum cõtinentes ſi fuerint inæquales, recenſetur ad ęqualitatem, ſint a b & a c. Et trahatur linea b c, ſuper qua conſtituatur triangulus ſiue æquilaterus ſiue æquicrurus b d c, & continuentur puncta a d linea recta, quæ angulum datum diuidet. Intelligo enim duos triangulos b a d & c a d, quorum latera unius ſunt ęqualia lateribus alterius. Nã a b ęquale eſt a c per hypotheſim, et b d æquale c d per primã huius, & a d utriq; triangulo cõmune. Per tertiã itaq; angulus b a d ęquatur angulo c a d cõtinẽtur enĩ lateribus ęqualibus. Quare patet propoſitũ.

PROPOSITIO SEPTIMA.

Datam lineam rectam per ęqualia ſecare.

Sit linea diuidenda a b. Pone pedem immobilem circini, ut libet diducti primo in a, & altero pede circunducto fac duos arcus occultos, alterum ſupra lineam, alterũ infra. Deinde circino non uariato pes immobilis panatur



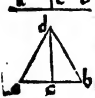


in b, & alter circunductus interſecet arcus modo ſignatos, ſuperiorem quidem in puncto c, inferiorem uero in d. Has ſectiones iunge linea recta c d, quæ ſecet lineam a b in puncto f. Dico itaq; lineam a b datam, in puncto f diuiſam per æqualia. Propter demonſtrationis euidentiam fac triangulos manifeſtos. continuans utrãq; ſectionem cum extremitatibus datæ lineæ. Intelligo enim duos triangulos c a d & c b d quorũ latera unius ſunt æqualia lateribus alterius, quare per tertiam angulus c unius eſt æqualis angulo c alterius, Rurſus intelligo alios duos triangulos c a f, & c b f quorum duo unius latera ſunt æqualia duobus lateribus alterius. Nã a c eſt æquale c b eadẽ enim circini extenſione facta ſunt. Et c f utriq; triãgulo commune, anguli quoq; hu æquis lateribus contenti ſunt æquales, ut modo oſtenſum eſt, ergo per ſecundam, baſis a f, eſt æqualis baſi f b, quod erat demonſtrandũ.

PROPOSITIO OCTAVA.

A puncto in linea ſignato perpendicularem educere.





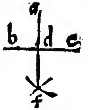
Si data linea a b, à cuius puncto c ſit educenda perpendicularis. Signa itaq; in linea data officio circini duo puncta æquali interuallo à puncto c diſſita, ſint q; a et b. Poſtea pone pedem immobilem circini utcunq; extenſi in a, & altero circungirato occultum fac arcum. Deinde circino non uariato & pede eius immobili poſito in b, prior arcus ſecetur in puncto d, à quo ad c deijciatur linea recta. Hanc dico eſſe ad a b perpendicularem. Propter demonſtrationem fac triangulum manifeſtum con-

iunctio d puncto cum a & b pũctis, Intellige ergo duos triangulos a d c & b d c, qui ſunt omnium inter ſe laterum æqualium, eſt enim a d, æqualis b d, ut quæ eadem circini diſtenſione deliniatæ ſunt, latus quoq; a c ex hypotheſi eſt æquale c b lineæ, & d c utriq; eſt cõmunis, quapropter per tertiam huius angulus c unius eſt æqualis angulo c alterius, uterq; igitur per definitionem anguli recti, eſt rectus. Linea itaq; d c perpendicularis eſt ad lineam a b per definitionem lineæ perpendicularis.

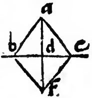
Animaduertendum eſt, operæ preaum eſſe ſpacio plani in quo trahenda eſt perpẽdicularis permittente, ſi duæ fierent decuſſationes ſeu interſectiones, altera ſupra lineã, altera infra, modo quo uſi ſumus in propoſitione ſeptima. Sic enim exactius trahetur perpendicularis.

PROPOSITIO NONA.

A puncto extra lineam datam ſignato, ad eam demittere perpendicularem.



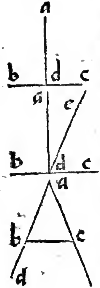
Sit punctus a, & linea ad quam deducenda eſt à pũcto a perpendicularis ſit b c. Ponatur ergo circini pes immobilis in puncto a, et altero pede notẽtur duo pũcta in linea data, q̃ ſint b c. Deinde circino nõ uariato pedẽ immobilem primo in b pone, & altero ſcribe arcum occultum. Deinde eodẽ immobili pede in c poſito priorẽ arcũ interſeca in puncto f. Hunc cum puncto a continua linea recta a f, q̃ ſecet datam lineam b c in puncto d. Ea perpendicularis eſt ſuper lineã datam. Propter demonſtrationem, trahe à punctis a & f ad puncta b c lineas rectas. Ex proceſſu itaq; propoſitionis ſeptimæ patet lineam b c diuiſam eſt in puncto d per æqualia. Intellige ergo duos



triangulos a b d & a d c, qui ſunt omniũ laterum æqua lium ut patet. Quare per tertiam angulus ad unius eſt ęqualis angulo d alterius, ergo uterq̃, rectus per diffinitionem anguli recti, linea itaq; a d perpendicularis eſt ad lineam b c per deffinitionem lineæ perpendicularis.

PROPOSITIO DECIMA.

Linea recta ſuper rectam ſtans, facit cum ea duos angulos aut rectos aut duobus rectis ęquales.



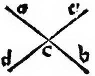
Sit linea a d ſtans ſuper lineã rectam b c, dico angulos quos cũ ea facit aut eſſe rectos aut duobus rectis ęquales. Nã ſi linea ſuperſtans eſt ad eam, cui ſuperſtat perpẽdicularis ut in priori figura, patet propoſitum per diffinitionẽ lineæ perpendicularis. Si uero nõ facit perpendicularis ut in ſecunda figura, emittatur per octauã, ex puncto d ꝑpendicularis q̃ ſit d e. Clarũ igitur eſt angulos rectos q̃ fiunt à linea perpendiculari, ſcilicet e d b, et e d c tantũ occupare ſpacij quantum tenent duo auguli, quos facit linea non perpendicularis d a, hoc eſt, anguli a d b et a d c, quare hi duo illis duobus ſunt ęquales per octauam communem ſententiam. Ex hac propoſitione liquet ueritas ſecundæ partis quartæ propoſitionis. Si trianguli æquicruri æqualia latera protrahantur angulos, ſub baſi eſſe ęquales. Sit enim triangulus æquicrurus a b c, & protrahãtur latera eius æqualia a b & a c uſq; ad d & e Dico angulos ſub baſi ſcilicet d b c, & e c b eſſe ęquales. Nã prima pars eiuſdem quartæ demonſtrauit angulos ſupra baſim ſcilicet a b c & a c b eſſe ęquales, Preſens uero docet angulos a b c & d b c ſimul ęquari duobus rectis, ſimiliter duos a c b & b c e, duobus rectis ęquales. Per pri

Digitized by Google

nam itaq; petitionem duo anguli a b c & c b d, ſimul æquantur duobus pariter angulis a c b & b c e. Si ergo ab æqualibus demantur æqualia, ſcilicet anguli ſuper baſim, relinquentur per tertiam communem ſententiam anguli ſub baſi æquales, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VNDECIMA.

Si duæ rectæ lineæ ſe ſecent, angulos contra poſitos facient æquales.



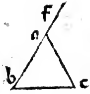
Sint duæ lineæ rectæ a b & c d ſecantes ſe in puncto e. Dico angulos contrapoſitos hoc eſt, a e c & d e b uel c e b & d e a eſſe æquales. Vocamus autem angulos contrapoſitos, qui nullo communicant latere. Per præcedẽtem enim duo anguli a e c & c e b æquantur duobus rectis, ſimiliter duo anguli d e b & b e c rectis duobus pares ſunt. Quapropter per primam petitionem duo anguli a e c & c e b aggregati, æquales ſunt duobus angulis d e b & b e c ſimul ſumptis. Ergo ab æqualibus ablato angulo c e b communi, erunt per tertiam communem ſententiã reſidui a e c & b e d inter ſe æquales. Non aliter probabis duos angulos c e b & d c a inter ſe æquales eſſe.

PROPOSITIO DVODECIMA.

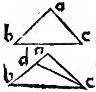
Omnis trianguli uno latere producto, extrinſecus angulus utrolibet intrinſeco ſibi oppoſito maior erit.

Sit triangulus b a c & protrahatur latus b a in directum uſq; ad f. Dico angulum f a c extrinſecum, maiorẽ eſſe utrolibet angulo ſibi intrinſecus oppoſito ſcilicet uel angulo b uel angulo c. Nam per decimam angulus f a c cum angulo c a b æquatur duobus rectis. Sed angulus

c b a cum angulo c a b minores ſunt duobus rectis. Linea enim f b cadit ſuper duas lineas a c & b c concurrentes in puncto c, ergo per conuerſionem ſecundæ petitionis facit ad partem concurſus duos angulos minores duobus rectis. Conſtat igitur duos angulos f a c & c a b ſimul eſſe maiores duobus angulis c b a & c a b ſimul ſumptis. Dempto ergo ab inæqualibus eodem communi ſcilicet angulo c a b, remanebunt per communem ſcientiam reſidua inæqualia ſcilicet angulus extrinſecus f a c maior angulo c b a intrinſecus ſibi oppoſito. Simili modo probabis angulum f a c maiorem eſſe angulo a c b.



PROPOSITIO DECIMATERTIA.



In omni triangulo, maiori angulo maius latus opponitur.

Sit in triangulo a b c angulus a maior angulo c. Dico latus b c maius eſſe latere a b. Nã ſi b a linea minori angulo ſubtenta æqualis eſt b c lineæ, erit per quartã angulus a æqualis angulo c, quod eſt cõtra hypotheſim. Quod ſi dicatur a b maior eſſe q̃ b c, reſecetur ad ęqualitatem in puncto d, ita ut b d ſit æqualis b c. Et quia ꝑ quartã angulus b c d ęquaretur angulo b d c, angulus uero b d c per præcedentẽ maior eſt angulo b a c, angulus igitur b c d maior eſſet angulo a, quare multo magis angulus b c a ſuperaret angulum a, quod idem eſt contra hypotheſim.

PROPOSITIO DECIMAQVARTA.

Omnis trianguli, duo quælibet latera ſimul ſumpta ſunt tertio maiora.



Sit triangulus a b c, Dico duo latera a b & a c ſimul uncta, longiora eſſe latere b c. Si enim eſſent aut æqua-

lia aut minora eo, non poſſent concurrere in angulum a. Nam ſi eſſent ęqualia lateri b c, tunc ſe contingendo iacerent ſupra lineam b c, & fierent cum ea linea una. Si uero breuiora eſſent, non poſſent ſe contingere, neq; in angulum concurrere.

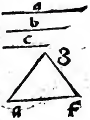
PROPOSITIO DECIMAQVINTA.

Si in uno quolibet trianguli latere à finib. eius duæ rectę lineæ interius concurrant, angulum facient maiorem eo qui à reliquis eiuſdem trianguli lateribus continetur.

Sit triangulus b a c, ſuper cuius latere b c, duæ rectæ conſtitutæ angulum faciant b d c, dico cum maiorem eſſe angulo b a c contento à reliquis duobus lateribus. Nam *protrahatur linea b d uſq; dum ſecet latus a c in puncto e.* Erit *igitur angulus b d c per duodecimam huius maior angulo b e c, & per eandem angulus b e c maior angulo b a c, multo igitur maior erit angulus b d c angulo b a c, quod fuit demonſtrandum.*

PROPOSITIO DECIMASEXTA.

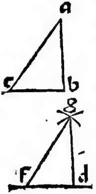
E*x tribus datis lineis triangulum conſtituere.*



S*int tres lineæ datæ a b c, ita ut quælibet duæ ſimul iunctæ ſint tertia maiores.* Id *enim neceſſarium eſt per decimam quartam.* Pone *pedem immobilem circini extenſi ſpacio lineæ b in altero termino lineæ a, uerbi gratia in d & altero circunducto pede occultum ſcribe arcum.* Deinde *circino extenſo ſecundum quantitatem lineæ c, & pede eius immobili poſito in termino f, priorem arcum interſecet in puncto g.* Ab *hoc interſectionis puncto trahe ad terminos lineæ a, rectas & habebis triangulum quem optabas.*

PROPOSITIO DECIMATERTIA.

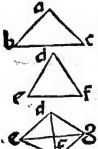
Super punctum datum in linea recta, deſcribere angulum dato angulo æqualem.



Sit pũctus d datus in linea data, et angulus a b c datus. Subſiſtẽte cũ recta linea e a. Reſeca igitur ex linea data d f lineã æqualẽ c b. Deinde circino diducto ſecundum quãtitatem lineæ a b & pede eius immobili poſito in d ſcribatur arcus occultus. Poſtea circinũ pro ſpacio lineę c a extende, & pede eius in f poſito, priorẽ interſeca arcũ in puncto g. A quo ad punctum d trahe rectã. Hæc cũ data linea continebit angulũ g d f æqualẽ angulo b dato. Nã propter demonſtrationem ducatur linea f g. Erunt ex hypotheſibus latera triãguli f g d æqualia lateribus triãguli a b c, ergo per tertiam angulus g d f ęqualis eſt angulo a b c. Cõtinẽtur enim æquis lateribus.

PROPOSITIO DECIMAOCTAVA.

Si duorum triangulorum duo latera unius, fuerint æqualia duobus lateribus alterius, et anguli contenti his æquis lateribus fuerint inæquales, erit illius baſis maior, cuius lateribus angulus amplior continetur.



Sint duo triãguli a b c, e d f, et latera duo prioris a b, & a c ſint æqualia duob. lateribus poſterioris d e et d f, & angulus a maior angulo d. Dico baſim b c maiorem eſſe baſi e f. Nam ſuper puncto d lineæ d e locetur per præcedentẽ angulus æqualis angulo b a c, ſitq; is e d g et linea d g ſit æqualis a c ſubtendaturq; baſis e g, q̃ neceſſario erit æqualis baſi b c in triangulo a b c. Quapropter ſi probauerimus e g maiorẽ eſſe e f, erit quoq; probatũ b c eandem eſſe maiorem. Trahatur f g linea. Et quia d g poſi

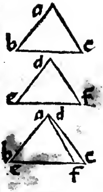
Digitized by Google

tu eſt æqualis d f, igitur per quartam angulus d f g eſt æqualis totali angulo d g f, ergo idem angulus d f g erit maior partiali angulo e g f, quare multo maior erit angulus e f g, angulo e g f. Latus igitur e g maius eſt per decimam tertiam latere e f, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO DECIMANONA.

Si ſuper baſes duorum triangulorum anguli iacentes fuerint æquales, & baſis unius æqualis baſi alterius, aut unũ latus unius, lateri alterius ſe reſpicienti æquale, erunt reliqua latera reliquis æqualia alterum alteri, et reliquus angulus reliquo angulo.

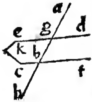
Sint duo trianguli a b c, d e f & angulus b ſit æqualis angulo e, & angulus c angulo f. Sitq; baſis b c æqualis baſi e f, aut unum ex lateribus trianguli a b c æquale ſuo relatiuo lateri trianguli d e f. Dico reliqua latera, reliquoſq; angulos eſſe æquales. Sint primo baſes æquales, & intelligatur baſis e f ſuperponi baſi b c, quæ cũ ſint ęquales, neceſſe eſt punctũ e cadere ſuper punctũ b, & punctũ f ſuper c. Et propter æqualitatẽ angulorũ & cõuerſionẽ octauæ cõceptionis, neceſſe eſt lineã e d cadere ſuper a b, & d f ſuper a c, non ergo erit poſſibile ut latera huius ulterius aut citerius lateribus alterius concurrãt, erunt igitur æqualia & anguli ab eis contenti æquales per octauã conceptionẽ. Ponatur ſecundo latus d e æquale lateri a b. Et alterum alteri fingatur ſuperponi, propter æqualitatẽ ergo eorũ, punctus d cadet ſuper a punctum, & e ſuper b, linea deniq; e f ſupra b c lineam cadet propter æqualitatem angulorũ, et conuerſionẽ octauæ conceptionis. quod ſi d f congruerit etiam ipſi a c, concludes



per octauam conceptionem propoſitum. Sin uero d f cea-
derit aut intra aut extra triangulum, ſemper ſequetur an
gulum extrinſecum eſſe æqualem angulo intrinſeco ſibi
oppoſito, cuius contrarium demonſtrauit Propoſitio 12.

PROPOSITIO VICESIMA.

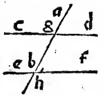
Si linea recta duas lineas rectas ſecando fecerit angulos coalternos æquales, aut angulum extrinſecum angulo intrinſeco ex eadem parte ſumpto æqualem, aut duos intrinſecos ex eadem parte, duobus rectis æquales, lineæ ſectæ æquidiſtabunt.



Linea a b ſecet d c & f e lineas, e d quidem in pũcto g, e f uero in puncto h. Et faciat primo angulos coalternos ſibi inuicem ęquales, hoc eſt, angulum d g h angulo e h g, aut angulũ f h g angulo c g h, ſic enim ſumpti coalterni dicuntur. Dico lineas d c & f e ęquidiſtare. Si aũt non productæ concurrant, uerbi gratia in K. Trianguli ergo g K h angulus d g h, extrinſecus æqualis eſt angulo K h g intrinſeco ſibi oppoſito, aut angulus f h g extrinſecus angulo K g h, intrinſeco ſibi oppoſito, hoc aũt per 12. propoſitionem impoſſibile eſt, igitur c d & e f, productæ minime concurrunt, ergo per definitionẽ ſunt ęquidiſtantes. Secundo faciat linea a b angulũ aliquẽ extrinſecum ęqualem intrinſeco ſibi oppoſito ex eadẽ parte. Dico nihilo minus lineas c d & e f æquidiſtare. Et ſit exempli cauſſa angulus a g d extrinſecus ęqualis intrinſeco g h f. Quoniam angulus a g d æqualis eſt per hypotheſim angulo g h f. Et per undecimam idem angulus a g d æqualis eſt c g h angulo, igitur per primã communẽ ſententiã anguli e g h, et g h f inter ſe ſunt æquales. Et hi ſunt coal-

terni, ergo per primā huius propoſitionis partē lineæ c d, & e f ſunt ęquidiſtantes. Tertio, *faciat linea a b duos angulos intrinſecos ex eadē parte, æquales duobus rectis, ut d g h & f h g, dico lineas c d & e f æquidiſtare, quoniā anguli d g h & f h g per hypotheſim ſunt æquales duobus rectis, & per decimā anguli d g h, & c g h, etiā æquantur duobus rectis, ergo per primū poſtulatum anguli d g h, & f h g, æquales ſunt angulis d g h, & c g h,* Ablato *ergo cōmuni angulo d g h, relinquitur per tertiam communem ſententiam, angulus c g h, æqualis angulo f h g, ſed hi ſunt coalterni, ergo per primam partem huius propoſitionis lineæ c d, & e f æquidiſtant.*

PROPOSITIO VICESIMAPRIMA.



Si linea recta duas ęquidiſtantes ſecuerit, faciet angulos coalternos ęquales. Extrinſecum *intrinſeco ex eadem parte ſumpto æqualem.* Et *duos intrinſecos ex eadem parte ęquales duobus rectis.*

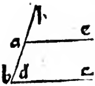
Repetatur *prior figura in qua ponantur c d & e f æquidiſtantes.* Prima *pars propoſitionis ſic demonſtratur.* Nam *ſi anguli coalterni, ut c g h & f h g non ſunt æquales, erit alter uter eorū maior, ſitq; c g h maior.* Quoniā *igitur c g h maior angulo f h g, ponatur cōmunis angulus d g h, anguli ergo per quintā conceptionem c g h et d g h maiores ſunt angulis d g h & f g h, ſed per decimā anguli c g h & d g h, æquales ſunt duobus rectis, ergo anguli d g h & f h g minores ſunt duobus rectis, ergo per ſecundā petitionē c d & e f protractæ concurrunt, nō igitur ſunt ęquidiſtātes, quod eſt contra hypotheſim, angulus igitur c g h æqualis eſt ſuo coalterno f g h.*

Secunda pars oſtẽditur, Nam ut modo oſtenſum eſt, angulus c g h æqualis eſt angulo f g h, & per undecimã idem angulus c g h æqualis eſt angulo a g d, per primam igitur conceptionem angulus a g d æqualis eſt angulo f g h extrinſecus ſcilicet intrinſeco ex eadem parte.

Tertia pars oſtenditur. Nam angulus c g h æqualis eſt per primam huius partem angulo f g h, poſito ergo communi angulo d g h, erunt duo anguli per ſecundã petitionem c g h & d g h æquales duobus angulis f h g & d g h ſed per decimam duo anguli c g h, & d g h æquales ſunt duobus rectis, ergo & duo anguli f g h & d g h æquales ſunt duobus rectis, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VICESIMASECVNDA.

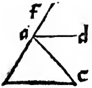
A puncto extra lineam datam aſſignato educere æquidiſtantem datæ lineæ.



Sit linea data b c, et punctus extra eam aſſignatus a. Trahe lineam occultam h b d, utcunque contigerit deinde ſuper puncto a colloca angulum h a e extrinſecum protracta linea a c, æqualem angulo a d c intrinſeco ex eadem parte. Conſtat igitur per ſecundam partem uiceſimæ lineam a c æquidiſtare lineæ b c.

PROPOSITIO VICESIMATERTIA.

Cuiuslibet trianguli angulus extrinſecus æqualis eſt duobus angulis intrinſecis ſibi oppoſitis.



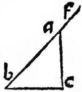
Sit triangulus a b c & protrahatur latus b a in f, dico angulum f a c extrinſecum æqualem eſſe duobus intrinſecis & oppoſitis, ſcilicet angulis b & c. Ducatur per præcedentẽ à pũcto a, linea a d æquidiſtans b c lineæ.

Et

Et quia a d æquidiſtat b c lineæ, & in ipſam incidit f b, erit per ſecundam partem uiceſime primæ angulus f ad extrinſecus æqualis intrinſeco ex eadem parte angulo a b c. Rurſus quia parallele ſunt a d & b c, & eas ſecat c a, igitur per primam partem eiuſdem 21. angulus d a c æqualis eſt ſibi coalterno angulo a c b. Totus igitur f a c extrinſecus æqualis eſt duobus intrinſecis & oppoſitis c b a & a c b.

PROPOSITIO VICESIMAQVARTA.

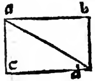
Cuiuslibet trianguli tres anguli æquales ſunt duobus rectis.



Nam per præcedentem angulus f a c extrinſecus æqualis eſt duobus angulis intrinſecis & oppoſitis c b a & a c b, addito ergo utrique communi angulo c b a, erũt duo anguli f a c, et c a b æquales tribus a b c, a c b, c a b, ſed per decimam duo anguli f a c & c a b æquales ſunt duobus rectis, tres igitur a b c, a c b, & c a b duobus rectis ſunt æquales, quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VICESIMAQVINTA.

Diameter parallelogrammi, diuidit ipſum per æqualia.



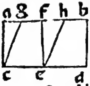
Sit parallelogrammum a b c d, cuius diameter ſit b c. Dico hac diametro parallelogrammum æqualiter ſecari. Quoniam a b & c d æquidiſtant, & ſuper eas cadit b c, eſt per primam partem uiceſimæ primæ angulus b a c ſuo coalterno a d c æqualis. Rurſus quoniam a c & b d ſunt porallelæ & eis incidit b c erit per eandem 21. b d c ſuo coalterno c a b æqualis. Sunt itaq; duo trianguli a b d & a c d, & anguli bini ſuper communem baſim a d ſunt æquales, per decimamnonam, ergo reliqui

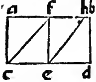
anguli & latera ſunt æqualia, quare per ſecundam pro poſitionem triangulus triangulo æqualis. Hic etiam diligenter intuenti patet latera cuiuſcunq; parallelogrammi oppoſita eſſe æqualia.

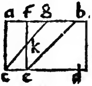
PROPOSITIO VICESIMASEXTA.

Omnia parallelogramma ſuper eandem baſim, atq; in lineis alternis collocata, ſunt ęqualia.

Sint lineæ alternę, hoc eſt, æquidiſtantes a b, & c d, inter quas ſuper eandem baſim c e ſint collocata duo parallelogramma ſcilicet, a c e f & g c e h. dico ea eſſe æqualia. Et ſit primo ut g cadat inter a & f. Et quia a f eſt æqualis g h, cum utraq; ſit æqualis c e, ergo ablata communi g h, remanebunt a g & f h æquales, & a c eſt æqualis f e propter æquidiſtantiam, angulus quoq; h f e extrinſecus eſt æqualis angulo g a c intrinſeco per ſecundam partem uiceſimæ primæ. Cum ergo duorum triangulorum h f e, & g a c duo latera unius ſunt æqualia duobus lateribus alterius, et anguli æquis lateribus contenti æquales, erit per ſecundam alter triangulorum alteri æqualis, addito ergo eis communi trapezio f g c e ęrunt aggregata, hoc eſt, dicta parallelogramma æqualia, Secundo cadat g in ipſum punctum f, ut in ſecunda figura. Et quia f a eſt æqualis h f, cum utraq; ſit æqualis c e oppoſitæ, & a c æqualis f e oppoſitæ, & angulus h f e æqualis angulo f a c intrinſecus ſcilicet extrinſeco, per ſecundam itaq; erunt trianguli f a c, et h f e æquales, addito ergo utriq; triangulo communi f e c. erunt per conceptionem aggregata a f c e, &







h f e e, hoc eſt, ipſa parallelogramma æqualia.

Tertio cadat g extra f ut in tertia figura. Et quia a f eſt æqualis g h, addita ergo communi f g, erit a g æqualis f h, & erit propter prius dicta triangulus g a c æqualis triangulo h f e, Ablato ergo ab utriſq; communi triangulo f k g, quæ relinquuntur trapezia erunt æqualia, ſcilicet a f k c, & g k e h. Quibus ſi addatur communis triangulus c k e, erunt aggregata æqualia, quod erat demonſtrandum.

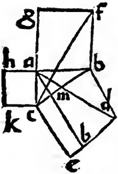
VICESIMASEPTIMA PROPOSITIO.

Si ſuper unam baſim & inter lineas æquidiſtantes, parallelogrammum & triangulus ponantur, parallelogrammum triangulo duplum erit.

Sint ut prius duæ lineæ a b, & c d æquidiſtantes, inter quas ſuper baſim c e ſit parallelogrammum a c e f & triangulus g c e, Dico parallelogrammum duplũ eſſe triangulo. Nam ducatur à puncto e linea e h æquidiſtans c g. Per præmiſſam ergo parallelogrammum c g e h æquale eſt parallelogrammo a c e f. Sed per 25. e g cum ſit diameter parallelogrammi c g e h, diuidit ipſum per æqualia, quapropter triangulus c g e eſt dimidium parallelogrammi c g e h, quare etiam parallelogrammi a c e f, quod eſt propoſitum.

VICESIMAOCTAVA PROPOSITIO.

In omni triangulo rectangulo quadratum lateris oppoſiti angulo recto, æquale eſt duobus quadratis reliquorum duorum laterum.



Sit triangulus a b c, cuius angulus a rectus. Quadrentur tria latera, ſitq; quadratum lateris b c oppoſiti angulo recto, b c d e, dico ipſum eſſe æquale reliquis duobus quadratis, ſcilicet a b f g, a h c k, quæ ſunt laterum angulum rectum continentium. Ducatur enim ab angulo recto a ad baſim d e, quadrati b c d e, perpendicularis quæ ſecet b c in m & d e in l. Hæc perpendicularis diuidit quadratum lateris obtenti angulo recto in duo parallelogramma ſcilicet b m d l, & m l c e, quorum ſiniſtrum dico eſſe æquale quadrato ſiniſtro, & dextrũ quadrato dextro. Horum utrunq; eodem modo probatur. Nam trahantur lineæ a d & c f, & probabimus quadrangulum dextrum, ſcilicet b m d l, æquale eſſe quadrato dextro, ſcilicet f g b a hoc modo. Nam quadratum f g b a duplum eſt triangulo f b c per præcedentem, conſtituuntur enim inter lineas æquidiſtantes g c & f b ſuper eandem baſim f b. Similiter rectangulum b m d l duplum eſt triangulo a b d. Nam ſuper eandem baſim b d inter lineas æquidiſtantes b d & a m l ponuntur. Sed trianguli dicti ſunt æquales ut mox probabitur, ergo rectangula ipſa ad æquales triangulos dupla ſunt inter ſe æqualia per ſextum conceptionem. Triangulos æquales eſſe ſic patet, Sunt enim latera f b & c b trianguli f b c æqualia lateribus a b, b d trianguli a b d, alterum alteri, anguli inſuper his æquis lateribus contenti ſunt æquales, ſcilicet f b c & a b d, uterq; enim conſtat angulo recto & angulo communi a b c, ſunt igitur per ſecundam trianguli æquales, Eodem modo oſtendes ſiniſtrum rectangulum c m l e

æquale eſſe quadrato ſiniſtro b a c k, ductis lineis a c & b k. Totum ergo quadratum b d c e, æquale eſt duobus quadratis a b f g, & a h c k, quod erat demonſtrandum.

CAPVT SECVDVM.

de Circulis.

DEFINITIONES.

Circulus eſt figura plana, una linea contenta, in cuius medio punctus eſt, a quo omnes lineæ rectæ ad circumferentiam exeuntes, ſibi inuicem ſunt æquales.

Circumferentia, eſt linea continens circulum.

Centrum, eſt medius ille punctus in circulo.

Diameter circuli, eſt linea recta quæ per eius centrum tranſiens, extremitatesq; ſuas circumferentię applicans, circulum in duo media diuidit.

Semicirculus eſt figura plana, diametro circuli & medietate circumferentiæ contenta.

Portio circuli, eſt figura plana, recta linea & parte circumferētię cōtenta, ſemicirculo aut maior aut minor.

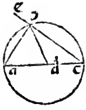
Circulum linea contingere dicitur, quę cum circulum tangat, in utranq; partem eiecta eum non ſecat.

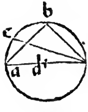
Chorda, eſt recta linea, portionem circuli continens.

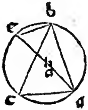
Angulus ſupra arcum conſiſtere dicitur, qui à quolibet puncto arcus, ad terminos chordę duabus lineis rectis exeuntibus, continetur.

Angulus conſiſtere ſuper centrum dicitur, qui à duabus lineis rectis à centro ad circumferentiam protractis continetur.

Digitized by Google







PRIMA PROPOSITIO.

Angulus rectilineus, in ſemicirculo ſupra arcum conſiſtens rectus eſt. In portione uero minore ſemicirculo, conſiſtens, obtuſus. Et in portione, ſemicirculo maiore, acutus eſt.

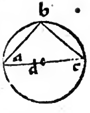
Sit circulus a b c, cuius diameter a d c, & in ſemicirculo a b c conſiſtat angulus rectilineus a b c, dico eum eſſe rectum. Nam ducatur b d, & protrahatur c b ad e. Et quia lineæ d b & d a per definitionem circuli ſunt æquales, erit per quartam primi capitis angulus d b a æqualis angulo d a b. Similiter propter æqualitatem linearum d b & d c, angulus d b c æqualis eſt angulo d c b. Totus itaq; angulus a b c æqualis eſt duobus angulis d a b, & d c b. At eiſdem æquatur per 23. primi cap. angulus extrinſecus e b a, ergo per primam communem ſententiam angulus e b a æqualis eſt angulo a b c, ergo per definitionem anguli recti, uterq; eſt rectus, patet igitur propoſitum. Rurſus in portione c b a minore ſemicirculo, conſiſtat angulus rectilineus c b a, dico eum eſſe obtuſum, Ducatur per centrum circuli quod ſit d linea a d e, & iungatur b e. Et quia angulus a b e conſiſtit in ſemicirculo, ideo per primam huius propoſitionis eſt rectus, ſed angulus a b c eſt maior eo, per definitionem igitur obtuſus eſt. Porrò in portione a b c ſemicirculo maiore conſiſtat angulus rectilineus a b c, dico eum eſſe acutum. Ducatur per centrum linea a d e & linea b e. Et quia angulus a b e in ſemicirculo conſiſtit, igitur eſt rectus, angulus uero a b c,

eſt minor eo, ergo per definitionem eſt acutus.

SECVNDA PROPOSITIO.

Circuli propoſiti centrum inuenire.

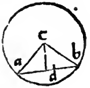
Sit circulus a b c, eius centrum ſic inueniemus. Protrahatur ut lubet chorda d b, & ſuper alteram eius extremitatem conſtituatur angulus rectus, uerbi gratia, ſuper terminum b, ſit locatus a b c angulus rectus ducta linea b c uſque ad circunferentiam circuli. Deinde ducatur linea a c, eaque per medium diuidatur in puncto d hunc dico eſſe centrum circuli. Nam per hypotheſim angulus a b c eſt rectus, ergo per conuerſam præcedentis, portio a b c in qua conſiſtit eſt ſemicirculus, linea itaque a c diameter, punctusque eius medius d centrum.



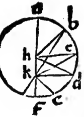
TERTIA PROPOSITIO.

Si linea à centro exiens, chordam per æqualia ſecuerit, ad eam erit perpendicularis.

Sit circulus a b, cuius centrum c, à quo extenſa recta c d, chordam a b per æqualia ſecet in puncto d, dico perpendicularem eſſe c d ad a b. Trahantur c a & c b lineæ. Et quia trianguli a c d latera æqualia ſunt lateribus trianguli c d b. Eſt enim per hypotheſim a d æqualis a b, & per definitionem circuli c a æqualis c b, communis autem utrique triangulo c d. Ideo per tertiam primi, anguli c d a & c d b ſunt æquales, quare uterque rectus, linea igitur c d perpendicularis eſt ad lineam a b per definitionem.



QVARTA PROPOSITIO.



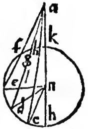
Si in diametro circuli præter centrum, ſignetur punctus, & ab eo ad circumferentiam plurimę lineę ducantur. Quę per centrum tranſierit, erit omnium longiſſima. Et quę diametrum perfecerit, omnium erit breuiſſima. Reliquę quę centro propiores fuerint, remotioribus erunt longiores.

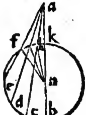
Sit punctus k *ſignatus in diametro* a f*, circuli* a b c d*, cuius centrum* h*, & ducantur ab eo ad circumferentiam lineę* k b, k c, k d, k e, *Dico* a h k *que per centrum tranſit, omnium eſſe longiſſimam,* k f *quæ diametrum perficit, omnium breuiſſimam* k, b *longiorem eſſe* k c*, quod centro propinquior ſit. Et eadem ratione* c k *longiorem eſſe* d k*, atq, de alijs ſimiliter. Connectantur* h b, h c, h d*. Quoniam per decimam primi cap. in triangulo* k h b*, duo latera* k h*, &* h b *ſunt maiora latere* k b*, &* a h *&* h b *per definitionem circuli ſunt æquales. Ideo per ſecundam conceptionem* a h k *æqualis eſt duabus* b h *&* h k*, quare &* a h k *maior eſt* b k*. Rurſus quoniam* b h *æqualis eſt* c h*, &* h k *eſt communis. Ideo per ſecundam conceptionem* b h *&* h k *lineæ, ſunt æquales* c h *&* h k *lineis, & angulus* b h k *maior eſt per nonam communem ſententiam, angulo* c h k*. Ideo per decimam octauam primi capitis baſis* b k *maior eſt baſi* c k*. Et ob eandem rationem* c k *maior eſt* d k*, &* d k *maior* e k*. Conſtat ergo eam quę per centrum tranſit, omnium eſſe longiſſimam, & propinquiores centro, remotioribus longiores eſſe, Rurſus* d k *&* h k *per decimam quartam primi capit*

maiores ſunt d h. at d h per definitionem circuli æqua-
lis eſt f h, igitur d k & k h maiores ſunt h f, ergo per quartam communem ſententiam, ablata utrinq; k h communi, reliqua d k maior eſt f k. Eadem ratione f k minor eſſe oſtenderetur quàm e k, ſi protracta eſſet è centro h e. Manifeſtum eſt ergo f k quæ diametrum perficit omnium eſſe minimam.

QVINTA PROPOSITIO.

Si extra circulum ſignetur punctus & ab eo ad circumferentiam, ſecantes eam, plurimæ ducantur lineæ. Quæ per centrum tranſierit, omnium erit longiſſima. Centro autem propriores, remotioribus longiores. Particularum autem quę extrinſecus circumferentiæ applicantur, breuiſſima erit quæ diametro continuatur. & ei propinquiores remotioribus breuiores,





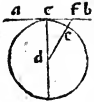
Sit extra circulum k e d c b, cuius centrum n punctus a ſignatus, & ab eo ad circumferentiam, ipſam ſecando trahantur plurimæ lineę, ut a n b, a h c, a g d, a f e. Dico inter eas, a n b quæ per centrum tranſit, omnium eſſe longiſſimam, reliquas uero quo centro propinquiores, eo longiores. Præterea dico inter particulas dictarum linearum exteriores, a k quæ diametra continuatur, breuiſſimam eſſe, & reliquas tanto minores, quanto huic breuiſſimæ uiciniores. Prima pars oſtenditur, ducantur n c, n d, n e. Et quia a n & n c æquales ſunt lineæ a n b, maiores autem per decimamquartam, quàm a c erit a n b quoq; maior a c. Simili modo a n b maior oſtenditur cęteris ex puncto a ductis. Secunda pars ſic aſtruitur. Et quia a n, & n c ſunt æquales a n,

Digitized by Google

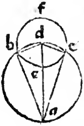
& n d lineis, angulus uero a n c maior eſt angulo a n d. Ideo per decimamoctauam primi a c baſis maior eſt a d baſi. Haud aliter docebis a d maiorem eſſe a e. Tertia pars probatur protractis lineis n b, n g, n f. Nam a h, & h n, ſunt per decimamquartam primi cap. maiores a n, ideo per quartam communem ſententiam. Si ab eis æqualia auferantur n k, & n h, erit a h reſidua maior a k. Eodem modo omnes aliæ exterio res particulæ conuincentur maiores eſſe a k. Quarta pars ſic oſtenditur. Nam a n, et n h ſunt æqualia lateri bus a n, et n g, angulus autem a n h minor angulo a n g, baſis igitur a h per 18. primi minor eſt baſi a g.

SEXTA PROPOSITIO.

Si circulum recta linea contingat, & à puncto contactus ad centrum ducatur recta linea, ipſa erit ad contingentem perpendicularis.



Sit linea a b contingens circulum c e in puncto c, à quo ad centrum d, ducatur recta linea c d, quæ ſi non eſt perpendicularis ad contingentem a b, ſit d f perpendicularis ad eam ſecans circumferentiam in puncto e. Et quia angulus d f c eſt rectus, erit angulus f c d minor recto propter 24. primi. Latus igitur d c per 13. primi cap. maius erit latere d f, ſed d e eſt æqualis d c per definitionem circuli, ergo & d e erit maior d f, pars ſuo toto, quod eſt impoſſibile.

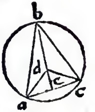


SEPTIMA PROPOSITIO.

A puncto dato ad circulum ducere lineam contingentem.

Si punctus datus a circulus b f c centrum eius d. Ex puncto a ad circulum b f c, ſic ducatur contingens.

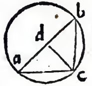
Punctum a iunge cum centro circuli d linea recta, quã per æqualia diuide in puncto e, factoq; eo centro, duc circulum occultum, qui ſecet circulum datum b f c in duobus punctis b, et c. Deinde a puncto dato a ad puncta ſectionum b & c, trahantur lineæ rectę a b, & a c has dico circulũ contingere. Ducantur à centro d ad puncta interſectionũ lineę d b, et d c, et circulus ſuper e centro ſcriptus fiat manifeſtius. Et qa uterq; angulorum d c a, et d b a conſiſtit ſupra arcũ in ſemicirculo circuli deſcripti ſuper centro e, ideo per primã huius cap. uterq; eſt rectus, et uterq; cõtinetur linea ducta à centro parui circuli b f c ad punctum quo linea ex puncto a ducta circulũ b f c tangit. Ideo p conuerſam pręcedentis lineæ a b, et a c contingunt circulũ b f c, quod erat demonſtrandum.



OCTAVA PROPOSITIO.

In circulo angulus conſiſtens ſuper centrum, duplus eſt eius qui ſuper circumferentiam conſiſtit, quando anguli eandem baſim habuerint.

Sint in circulo a b c cuius centrum d. ſuper unam baſim, id eſt, arcũ a c duo anguli, quorũ alter a b c ſup arcũ cõſiſtat, alter aũt a d c ſup centrũ, dico angulum a d c centralẽ eſſe duplũ ad angulũ a b c arcũferentialẽ, quod ſic oſtẽditur. Aut. n. latera circũferentialis anguli includunt angulũ centralẽ, ut in prima figura, aut alterũ ex lateribus angulũ circũferẽtialẽ cõtinentibus fit una linea cũ altero laterũ anguli centralis, ut in ſecũda figura. Aut unũ ex lateribus anguli circumferentialis ſecat alterũ ex lateribus anguli centralis, ut in tertia figura Includant ergo primo latera anguli ad circũferentiam b a, & b c,





angulum a d c centralem,& trahatur linea b d e. Et quia angulus a d e extrinſecus per 23. primi cap. eſt æqualis duobus angulis intrinſecis & oppoſitis, d b a, d a b, et hi ſunt æquales, per quartam primi cap. eſt enim d b æqualis d a per definitionem circuli, ideo angulus a d e duplus erit anguli d b a, propter eandem cauſam angulus e d c duplus eſt ad angulum d b c totius igitur a d c centralis duplus eſt ad a b c angulum circumferentialem. Secundo ſit latus a b anguli ad circumferentiam una linea cum latere a d anguli ad centrum ut in ſecunda figura. Et quia angulus a d c æqualis eſt per 23 primi capitis duobus intrinſecis angulis d b c & b d c. Hi autem ſunt æquales per quartam primi. Ideo ad unum eorum, hoc eſt, angulum a b c circumferentiam, duplus eſt angulus a d c centralis. Tertio latus a b anguli ad circumferentiam ſecet latus d c anguli ad centrum ut in tertia figura. Producatur linea b d uſq; ad e. Per 23. igitur primi erit angulus e d c æqualis duobus angulis d b c & d c b, hi autem ſunt æquales per. 4. primi capitis. Ideo angulus c d e duplus eſt ad angulum d b c. Præterea angulus e d a per eandem 23. primi duplus eſt ad angulum d b a. Dempto igitur hinc duplo e d a, illinc ſimplo d b a, erit reſiduus a d c centralis duplus ad reſiduum a b c circumferentialem, quod erat demonſtrandum.



NONA PROPOSITIO.

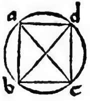
In *eadem portione quotlibet anguli ſuper arcum conſiſtentes æquales ſunt.*

Quod uniuerſaliter proponitur de angulis conſiſten

tibus ſuper circumferentiam, demonſtratur tantum de his angulis, qui ſuper arcum maiorem ſemicirculo conſiſtũt. Non attinet enim id demonſtrare de angulis ſuper ſemicirculum conſiſtentibus, quos omnes prima propoſitio huius capitis docuit eſſe rectos, & ea propter æquales prima portione aſtipulante. De angulis autem ad arcum minorem ſemicirculo, non poteſt oſtendi eos eſſe æquales, niſi prius ſequens propoſitio demonſtretur. In portione igitur a c d e b maiore ſemicirculo conſiſtant ſuper arcum anguli a c b, a d b, a e b, dico eos eſſe æquales. Nam à centro circuli f ducantur lineæ f a & f b. Et quia angulus a f b centralis ſuper ea ſtat baſi ſuper quá angulus a c b, circumferentialis, igitur ad eum duplus propter præcedentem, & eadem ratione erit duplus ad angulum a e b & angulum a d b, ergo per ſeptimam communem ſententiam ſunt inter ſe æquales.

DECIMA PROPOSITIO.

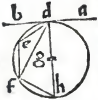
In circulis quadrilaterorum exiſtentium anguli oppoſiti, duobus rectis ſunt æquales.



Sic circulus a b c d, & in eo quadrilaterum a b c d, dico quoslibet duos eius angulos oppoſitos ſimul duobus rectis æquari. Nam ex prima huius perſpicuum eſt unum angulum rectum à ſemicirculo ſuſcipi, quapropter duo recti anguli à toto ſuſcipiuntur circulo. Sed quiacunque duo anguli oppoſiti in quadrilatero a b c d à toto ſuſcipiuntur circulo, ergo æquales ſunt duobus rectis, ut angulus b a d ſuſcipitur ab arcu b a d, & angulus b c d ſuſcipitur ab arcu b c d, arcus autem b a d

et b c d totum circulū integrum, ergo patet propoſitum. Quod ſi angulos a d c, et a b c conſideres, idē experieris. Ex hac propoſitiōe liquidum eſt, quotlibet angulos conſiſtentes ſuper arcum in portione minore ſemicirculo eſſe æquales Nam ſinguli eorū cum angulo conſiſtente in reliqua portione faciunt quadrilaterū, et propter hāc propoſitionē ſinguli eorū cum angulo reliquæ portionis æquales ſunt duobus rectis. per primā ergo petitionem, ſinguli cum angulo portionis reliquæ ſunt æquales ſingulis cum eodē angulo ablato ergo undiq; cōmuni angulo, cōſiſtēte ſcilicet in reliqua portione, relinquentur inter ſe æquales anguli conſiſtentes in portione minore ſemicirculo.

VNDECIMA PROPOSITIO.



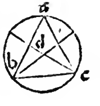
Si circulum linea recta cōtingat, & à contactu in circulum, quædam eum diſpeſcens recta linea, præter cētrum ducatur, anguli quos cum contingente facit, æquales ſunt eis, qui in alternis circuli portionibus conſiſtunt angulis.

Sit linea a d b contingens circulum d e f h, cuius centrum g, & à puncto contactus d trahatur præter centrum linea d f, quæ ſecet circulum in duas portiones, ſiniſtram d e f, dextram d h f, faciatq; angulos duos cum contingente b d f ſiniſtrum, & a d f dextrum. Dico angulum ſiniſtrum quē facit linea d f cum contingente, ſcilicet b d f, æqualē eſſe angulo quem ſuſcipit dextra circuli portio d h f. Et angulum dextrum quem facit linea d f cum contingente, ſcilicet a d æqualem eſſe angulo quem ſiniſtra ſuſcipit portio d e f. Trahatur à puncto contactus per centrum linea d g h & connectatur f h. Conſtituatur etiam in portione d e f an-

gulus ut libitum fuerit. Quicquid de his duobus angulis monſtratũ fuerit, de omnibus ab his duabus portionibus ſuſceptis indubitanter procedet. Sunt enĩ omnes, qui ab eadẽ portione ſuſcipiuntur anguli, ęquales ꝑ nonã huius Et quia angulus d f h in ſemicirculo conſiſtit, ideo ꝑ primam huius eſt rectus, reliqui ergo duo anguli, de triãgulo d f h, ſimul uni recto æquãtur ꝑ 24. primi capitis, angulus quoq; totus b d h rectus eſt ꝑ ſextam huius, per primã itaq; petitionẽ duo anguli d h f & f d h æquales ſunt angulo b d h. Ablato ergo communi angulo f d h, erunt reſidui b d f et f h d æquales, q̃ fuit propoſiti una pars. Rurſus duo anguli f h d et f e d in quadrilatero f h d e ꝑ decimã huius ſunt æquales duobus rectis. At ꝑ decimã primi capitis, duo anguli b d f et a d f æque ſunt duobus rectis pares, ergo per primam poſtulationem duo anguli f h d et f e d ſunt ęquales duobus angulis b d f et a d f. Ablatis ergo æqualibus utrinq; angulis, hinc quidẽ f h d illinc autẽ b d f erunt ꝑ tertiã conceptionẽ reſidui anguli d e f et a d f inter ſe ęquales, q̃ eſt propoſiti altera pars.

DVODECIMA PROPOSITIO.

Cuicunq; triangulo circunſcribere circulum.



Sit triangulus a b c, cui circunſcribitur circulus hoc modo. Pes immobilis circini ut libet extẽti ponatur primo in a, et altero pede fiant duo occulti arcus, alter ſupra lineam a b, alter infra eam Deinde circino non uariato pedem immobilem transfer ad angulum b, & priores arcus interſeca, punctaq; ſectionũ iunge linea recta. Similiter fiant duæ interſectiones ſupra & infra lineam a c,

Digitized by Google

aut b c, & interſectiones ut antea iunge linea recta. Hæc cum priori concurret, concurrat autem in puncto d, hunc dico eſſe centrum circuli circumſcribendi triangulo a b c. Nam ab angulis ad punctum d trahe lineas rectas d b, d a, d c, hæ facile probantur eſſe æquales, per ſecundam primi capitis. Lineæ enim ſectiones iungentes ſecant latera trianguli per media, & ſunt ſuper eas perpendiculares.

CAPVT TERTIVM.

DE PROPORTIONE.

Proportio eſt duarum quantitatum eiuſdem generis, inter ſe habitudo.

PROportio eſt duplex, Rationalis & irrationalis.

PROportio rationalis, eſt quæ denominatur ab aliquo numero, & eſt inter quantitates commenſurabiles.

PROportio irrationalis, eſt quæ non denominatur ab aliquo numero, ut eſt inter quantitates incommenſurabiles, & inter coſtam & diametrum quadrati, quæ aſymmetræ ſunt.

PROportio rationalis eſt duplex, æqualitatis & inæqualitatis.

PROportio æqualitatis, eſt quando æquale ad æquale comparatur, ut 4. ad 4.

PROportio inæqualitatis, eſt qua inæqualia inter ſe conferuntur, ut 8. ad 4.

PROportio inæqualitatis eſt duplex, maioris inæqualitatis, & minoris,

PROportio maioris inæqualitatis, eſt quando maior quantitas comparatur ad minorem, ut 4 ad 2.

HVIVS

HVIVS quinque ut ſpecies. Multiplex, ſuper particularis, ſuperpatiens, Multiplex ſuperparticularis, multiplex ſuperpartiens.

MVLTIPLEX eſt quando maior continet minorem plus quàm ſemel, ut 12. ad 3. Hæc creſcit in infinitum. Nam alia eſt dupla, alia tripla &c.

SVPER particularis eſt, quando maior continet minorem, & inſuper aliquam eius partem. Et hæc decreſcit in infinitum. Sunt eius ſpecies, ſeſquialtera quando maior continet minorem, & minoris dimidium. Quod ſi ultra ſummam minoris maior continet eius tertiam partem, uocatur ſeſquitertia.

SVPER partiens eſt quando maior continet minorem, & aliquot eius partes. Quod ſi continet duas tertias, uocatur ſuperbipartiens tertias, ut 5.3. Si tres quartas ſuperpartiens quartas, ut 7.4.

MVLTIPLEX ſuperparticularis eſt, quando maior cõtinet minorem plus quàm ſemel, & inſuper aliquam eius partem. Quod ſi continet eum bis & eius dimidium, dupla ſeſquialtera uocatur, ut 5.2. Si ter ad tertiam partem, tripla ſeſquitertia, ut 10.3.

MVLTIPLEX ſuperpartiẽs eſt quãdo maior continet minorẽ plus quàm ſemel, & aliquot prętereа partes. Quod ſi continet eum bis, & duas tertias, uocatur dupla ſuperbipartiens tertias. ut 8.3. Si ter, & tres quartas, tripla ſuper tripartiens quartas, ut 15.4.

PROPORTIO minoris inæqualitatis, eſt quando minor quantitas comparatur ad maiorem, ut 2. ad 4. Et eius tot ſunt ſpecies, quot maioris inæqualita-

tis, neq; differunt ab illis nomine, niſi quod uocabulis proportionum maioris inæqualitatis additur præpoſitio ſub, ut ſub multiplex 2. 4. Subſuperparticularis 2.3. &c.

DENOMINATIO *proportionis, minoris quantitatis ad maiorem eſt pars uel partes, ut denominatio proportionis inter 3. & 5. eſt* $\frac{3}{5}$ *. et inter 2. 4.* $\frac{1}{2}$.

DENOMINATIO *proportionis, quantitatis maioris ad minorem eſt totum, uel totum & pars, uel totũ & partes, ut denominatio proportionis 4. ad 3. eſt. 1.* $\frac{1}{3}$.

TERMINI *proportionis, ſunt minimi numeri in aliqua proportione, ut proportionis ſeſquialteræ termini ſunt 3. 2. quibus minores in hac proportione reperiri non poſſunt.*

PROPOSITIO PRIMA.

Numeros datæ proportionis ad terminos eius reducere.

Diuidatur maior numerus per minorem, et minor per reſiduum diuiſionis prioris, & reſiduum primæ diuiſionis per reſiduũ ſecundum diuiſionis, fiatq; talis reciproca diuiſio, donec occurrat aliquis numerus qui diuidendum totum conſumat. Deinde per hunc numerũ ultimo occurrentem, diuide utroſq; numeros proportionis datæ, qui exeunt ſunt minimi numeri, hoc eſt, termini eius proportionis. Vt numeri proportionis quæ eſt inter 30. & 18. ſic rediguntur ad terminos proportionis. Triginta diuidãtur per 18. & relinquentur 12. per quę diuidantur 18. & relinquentur 6. per quæ rurſus diuidantur 12, & cõſumentur. Per hunc ergo ſenarium diuidantur numeri dicti, ſcilicet 30. et 15. exibuntq; 5. 3. termini, ſcilicet pro-

portionis datorum numerorum.

Hic animaduertendum, quod ſi in tali reciproca diuiſione ad unitatem perueniretur, ipſos datos numeros eſſe terminos ne q; poſſe minores reperiri.

SECVNDA PROPOSITIO.

Cuiuſcunq; proportionis datæ denominationem inuenire.

Si proportio data fuerit maioris inæqualitatis, diuide maiorem numerum per minorem, & numerus qui exit, denominatio eſt proportionis datæ. Si uero proportio data fuerit minoris inæqualitatis, ſuperpone minorem maiori interiecta uirgula, more minutiarum uulgarium, & habebis denominationem. reducendi tamen ſunt numeri ad terminos per præcedentem ſicubi opus fuerit.

TERTIA PROPOSITIO.

Si unus numerus duos multiplicet, erit multiplicatorum & productorum una proportio.

Vt 3. & 2. multiplicētur ſenario, & prouenient 18. & 12. eandem cuſtodientes proportionem quàm 3. & 2. Similiter ediuerſo, Si unus numerus, duos diuidendo utrunq; conſumat, erit diuiſorum & quotientum una proportio, ut 6. conſumit 13. 12. exeunt quotientes 3. & 2. in eadem proportione.

QVARTA PROPOSITIO.

Proportionem proportioni addere.

Multiplicentur antecedentes proportionum datarum in ſe & deinde conſequentes in ſe, producti numeri cuſtodiēt proportionē compoſitā ex duabus datis ut proportio 3. ad 2. ſit addenda proportioni 4. ad 3. Multiplicꝫ

Digitized by Google

primo 3. & 4. antecedentes in ſe & proueniunt 12, deinde 2. & 3. id eſt, conſequentes in ſe, & proueniunt 6. Inter 12. igitur & 6. eſt proportio compoſita ex duabus datis proportionibus. ſ. 3. ad 2. & 4. ad 3. Nam multiplicetur antecedens unius proportionis in conſequentem alterius, ut 3. in 3. proueniunt 9 qui ſtatuatur inter 12. & 6. hoc modo 12. 9. 6.

In his itaq; trib. numeris uides dictas duas proportiones. Nam 12. ad 9. eſt porportio, ſicut 4. ad 3. & 9. ad 6. ſicut 3. ad 2. quod patet reducendo eos ad terminos per primam huius.

QVINTA PROPOSITIO.

Proportionem à proportione ſubtrahere.

Antecedens maioris proportionis multiplicetur in cõſequentem minoris, deinde conſequens maioris in antecedentem minoris duo numeri producti, cuſtodient proportionem reſiduam, ut 4. ad 3. proportio ſit ſubtrahenda à proportione 3. ad 2. facio ergo ut dictum eſt, & relinquitur proportio 9. ad 8. Nam multiplicetur antecedens maioris in antecedentem minoris, & productum ſtatuas ante dictos numeros hoc modo 12. 9. 8. Nonne 12. ad 8. proportio eſt ſicut 3. ad 2. à qua ſi abieceris proportionem 12. ad 9. i. 4. ad 3. relinquitur proportio 9. ad 8.

SEXTA PROPOSITIO.

Quotlibet proportiones eiuſdem denominationis continuare.

Quærantur per primam, datæ proportionis termini. Et pro duabus continuandis, ducatur antecedens datæ proportionis primo in ſe, deinde in conſequentem. poſtre-

Digitized by Google

mo conſequens in ſe tres numeri, producti duas cuſtodiunt proportiones ſimiles datæ. Verbi gratia. Sint *duæ ſeſquialteræ continuandæ.* Proportionis *ſeſquialteræ termini ſunt* 3. *&* 2. *Multiplico igitur* 3. *in ſe, deinde in* 2. Poſtremo 2. *in ſe, & naſcuntur numeri,* 9.6.4. *cuſtodientes duas ſeſquialteras.* Si *tres ſeſquialteræ fuerint continuandæ, ducatur maior terminorum in tres modo inuentos, & minor terminus in ultimum, exorientur* 4 *numeri tres ſeſquialteras ſeruantes, ut* 3. *multiplicati in* 9.6.4. *generant.* 27.18.12. *& binarius in* 4. *ductus procreat* 8. *ſicq; ſunt producti quatuor numeri* 27.18.12.8 *cuſtodientes tres ſeſquialteras.* Si *quatuor ſeſquialteras continuare placuerit, ducatur maior terminus in quatuor iam nunc inuentos, & minor terminus in poſtremum, & habebis quinq; numeros, quatuor ſeſquialteras continuatas retinentes, ut* 81.54.36.24.16.

CAPVT QVARTVM.

De proportionalitate.

PROPOR*tionalitas eſt proportionum ſimilitudo.*

QVANTI*tates dicuntur proportionales, quarum una eſt proportio.*

Proportionalitas *eſt duplex, continua & diſcontinua.*

CON*tinua eſt quando omnes quantitates ſunt antecedentes & conſequentes, præter primam quæ eſt, antecedens tantum, & ultimã quæ eſt conſequens tantum.* Et *hæc reperitur ad minimũ in tribus terminis, ut* 4.2.1.

DISCON*tinua eſt quando nulla quantitas ſimul &*

antecedens eſt, & conſequens, ut 12.6 8.4. *Et hæc ad minimum in quatuor reperitur terminis.*

SEX *ſunt ſpecies proportionalitatis, Conuerſa, Permutata, Coniuncta, Diſiuncta, Euerſa, & Æqua.*

CONuerſa *eſt, quando prima ad ſecundam, ſicut tertia ad quartam, & ex hoc infertur ſecunda eſſe ad primam, ſicut quarta ad tertiam, ut ſi eſt* 8. *ad* 4. *ſicut* 6. *ad* 3. *erit è conuerſo* 4. *ad* 8. *ſicut* 3. *ad* 6.

PERmutata, *eſt, quando prima eſt ad ſecundam, ſicut tertia ad quartam, & ex hoc concluditur prima eſſe ad tertiam, ſicut ſecunda ad quartã ut ſi eſt* 8. *ad* 4. *ſicut* 6 *ad* 3. *erit permutatim* 8. *ad* 6. *ſicut* 4 *ad* 3.

CONIVNCTA *eſt, quando eſt prima ad ſecundam, ſicut tertia ad quartam, & ex hoc infertur prima cũ ſecunda eſſe ad ſecundam, ſicut tertia cum quarta ad quartam, ut ſi eſt* 8. *ad* 4 *ſicut* 6. *ad* 3. *erit coniunctim* 12. *ad* 4. *ſicut* 9. *ad* 3.

DISIVNCTA *eſt, quando eſt prima ad ſecundam, ſicut tertia ad quartam, & ex hoc infertur exceſſus primæ ſuper ſecundam eſſe ad ſecundam, ſicut exceſſus tertiæ ſuper quartã ad quartã, ut ſi eſt* 18. *ad* 6. *ſicut* 9. *ad* 3. *erit diſiunctim* 12. *ad* 6 *ſicut* 6 *ad* 3.

EVERSA *eſt, quando eſt prima ad ſecundam, ſicut tertia ad quartam, & ex hoc infertur prima eſſe ad exceſſum eius ſuper ſecundum, ſicut tertia ad exceſſum ſuum ſuper quartam, ut ſi eſt* 12. *ad* 4 *ſicut* 9. *ad* 3 *erit euerſim* 12. *ad* 8 *ſicut* 9. *ad* 6.

ÆQVA *proportionalitas, eſt quando ſunt duo ordines proportionum, & proportiones huius ordinis*

Digitized by Google

ſunt æquales proportionibus illius ordinis, intermiſ=ſiſq; æquali numero intermedijs in utroq; ordine, infertur eadẽ eſſe proportio extremorum, ut ſint duo ordines æqualium proportio=num, et intermittãtur utrobiq; duo interme=dij, cernes extremorum eandem eſſe pro=portionem.

24	48
8	16
6	12
3	6

PRIMA PROPOSITIO.

Si fuerint tres numeri proportionales, quod continetur ſub extremis, æquum eſt, quadrato medij.

Sint tres numeri continuati in proportione ſeſquial=tera 9.6.4. ducantur extremi 9. & 4. in ſe, producunt 36. quibus æquale eſt quadratum medij ſenarij.

SECVNDA PROPOSITIO.

Quemlibet ex tribus proportiona=libus ignotum inuenire.

Si alter extremorum ignotus fuerit, quadretur me=dius, et productum diuidatur per extremum notum, pro=dibit extremus ignotus. Si medius ignoretur, ducantur extremi in ſe, et producti radix quadrata erit medius.

TERTIA PROPOSITIO.

Si fuerint quatuor numeri proportionales, quod continetur ſub extremis, æquum eſt ei quod ſub inter medijs continetur.

Sint quatuor numeri proportionales 6.3.4.2. extre=mi ducti in ſe producunt 12. cui æquale eſt quod confi=ciatur ex medijs, 3. et 4. in ſe ductis.

QVARTA PROPOSITIO.

Quęlibet ex quatuor proportionalibus ignotum inuenire.

Si quis extremorum ignoretur, ducantur medij in ſe, & productum diuidatur per extremum notum, & prodibit extremus ignotus. Quod ſi quis intermediorum ignotus fuerit, multiplicentur in ſe extremi & productus per medium notum diſtribuatur, prodibit medius ignotus.

QVINTA PROPOSITIO.

Quando productum ex duobus numeris eſt æquale producto ex alijs quibuslibet duobus numeris, tunc ſi hi poſteriores duo, prioribus duobus interponantur aut ē cōtrario, erūt hi quatuor numeri proportionales ut productū ex 12. & 3. hoc ē 36. ęquatur producto ex 9. & 4. quare ſi 9. & 4. interſerantur 12. & 3. hoc modo 12. 9. 4. 3. erunt proportionales. Aut ſi inter 9. & 4. ponātur 12. et 3. nihilominus erunt proportionales, ut 9. 12. 3. 4.

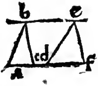
SEXTA PROPOSITIO.

Si totius ad totum eſt porportio quæ detracti ad detractum, erit reſidui etiam ad reſiduum proportio, quæ totius ad totum.

Vt 12. & 8. habent proportionem ſeſquialteram. Detrahantur itaq; ab eis duo numeri, qui eandem habeāt proportionem, ex 12. quidē detrahatur 9. & ex 8. auferantur 6. Dico reſiduos ſimili iunctos proportione. Nam ſubtractis. 9. de 12. relinquuntur 3. At 6. de 8. abiectis, remanent 2. 3. aūt reſpiciunt 2. ſeſquialtera proportione.

CAPVT QVINTVM DE TRIANGVLIS.

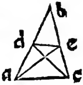
Si duo trianguli ponantur inter lineas æquidiſtātes,erit ipſorū triangulorū proportio,q̄ eſt baſiū. qbus inſiſtunt.



Sint duo trianguli a b c,& d e f,inter lineas æquidiſtantes b e,& a f,dico ipſorū eſſe proportionem,quæ eſt baſium. Nā ſi poſiti fuerint ſuper baſes ęquales trianguli ſunt æquales,ſi uero ſuper baſes inæquales, et ipſi inæquales per 26. et 27. Quia uero talium triangulorum æqualitas et inæqualitas, concomitatur æqualitatem et inęqualitatem baſium,neceſſario erit triangulorum proportio quæ eſt baſium.

SECVNDA PROPOSITIO.

Si linea recta duo trianguli latera ſecet, tertio æquidiſtans,erunt ſegmenta laterum proportionalia.

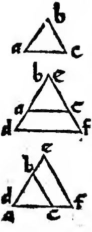


Sit triangulus a b c,cuius latera a b,et c b ſecet linea d e ęquidiſtanter baſi a c,dico a d ad d b proportionem eſſe,ſicut c e ad e b. Trahantur enim lineæ d c et e a,Erūt itaq; duo trianguli d e a et d e c ęquales. Nam ponuntur ſuper eandem baſim d e,inter lineas d e et a c ęquidiſtātes, quapropter habet ad triangulum d e b, eandem proportionem. Sed proportio trianguli a d e ad triangulum d e b, eſt per præcedentem ſicut baſis a d ad baſim d b Nam trianguli a d e,et d b e, ponuntur inter lineas ęqui diſtantes,quod pateret ſi duceretur à puncto e æquidiſtās lineæ a b. Similiter per præmiſſam proportio trianguli d e c,ad triangulum d e b eſt,ſicut proportio baſis c e ad baſim e b. Nam trianguli d e c,et d e b ponūtur inter lineas æquidiſtantes,quod pateret ſi duceretur à pūcto d linea æquidiſtās lineæ b c. Cū ergo triangulorū eſt eadē proportio,ut modo oſtenſum,erit per conceptionem primam,

& baſium eadem proportio, quæ ſunt ſegmenta, in quæ latera triãguli a b c diſiecta ſunt, ergo patet propoſitum.

TERTIA PROPOSITIO.

Duorum triangulorum, æquiangulorum, latera æquos angulos reſpicientia proportionalia.



Sint duo trianguli æquianguli a b c & d e f, ſitq; angulus a æqualis angulo d, & angulus b angulo e, et angulus c angulo f, dico latera ęquos angulos aſpiciẽtia eſſe proportionalia, hoc eſt, proportionem lateris a b ad d e, et a c ad d f, & b c ad e f, eſſe unam. Nam ſi trianguli ſunt æquilateri, habebunt latera æquis angulis oppoſita proportionem æqualitatis. Si uero fuerint laterum inæqualiũ, ſuperponatur primo angulus b angulo e. Et quia ſunt æquales ex hypotheſi, cadet propter octauam conceptionem latus b a ſuper latus e d, et latus b c ſuper latus e f, & quia angulus b a c eſt ęqualis angulo e d f, erit linea a c æqidiſtans lineæ d f per ſecundã partẽ uigeſimæ. Nã lineis a c, & d f incidit e d linea faciens angulũ extrinſecum e a c æqualem intrinſeco ſibi ex eadem parte oppoſito e d f, per præcedentem, ergo d a ad a b, ſicut f c ad c b, & per proportionalitatem coniunctam d a e ad a b, ſicut f c e ad c b. Deinde angulus a congruat angulo d, & ſimili modo probetur f d eſſe ad c a, ſicut e d ad b a, & patebit propoſitum.

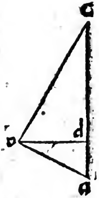
QVARTA PROPOSITIO.

Si angulo recto trianguli orthogonij, ceciderit ad baſim perpendicularis, erunt tres trianguli, ſcilicet totalis et duo partiales æquianguli. Vnde perpendicularis inter ſegmenta baſis medio loco erit proportionalis. Item utrunq; la-

Digitized by Google

tus medio loco proportionale erit inter totam baſim, & ſegmentum ſibi conterminale.

Sit triangulus a b c, cuius angulus b rectus à quo ad baſim a c cadat perpendicularis b d. Dico totalem triangulum a b c, et duos partiales a b d & b d c inter ſe eſſe æquiangulos. Nam quilibet eorum habet angulum rectũ, totalis quidem a b c, partiales uero, angulos qui ſunt ad d, cõmunicat inſuper uterq; partialium cum totali in uno angulo, quare tertij erunt etiam æquales propter 24. primi cap. Memento igitur angulum b a d æqualem eſſe angulo d b c, & angulum a b d æqualem angulo b c d. Corollarij utraq; pars facile probatur, ſi diligenter aduerteris, quę latera æqualibus opponantur angulis. Cum enim duo partiales trianguli ſint æquianguli, erunt per præcedentem latera ęquos angulos reſpicientia proportionalia. Latus itaq; a d ſiniſtri triãguli ad latus d b trianguli dextri, eſt ſicut idem latus d b trianguli ſiniſtri ad latus d c trianguli dextri. Hic aduerte b d lineam bis ſumi primo ut latus dextri trianguli, deinde ut latus ſiniſtri trianguli, & ut uarie ſumitur, ita uarios aſpicit angulos. Rurſus latus a c totalis trianguli ad latus a b ſiniſtri, ſicut latus a b totalis trianguli ad latus a d ſiniſtri. Viden latus b a medio loco eſſe proportionale inter totam baſim a c, & partem ſibi conterminalem a d. Similiter latus a c totalis trianguli ad latus b c dextri, ſicut latus b c totalis ad latus d c dextri.



QVINTA PROPOSITIO.

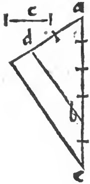
Duabus lineis propoſitis, tertiam inter eas in proportionalitate continua collocare.



Sint duæ lineę a b, inter quas linea medio loco proportionalis inuenitur, hoc modo. Datæ lineæ continuentur in directum, & ſint a b c, deinde ſuper eas continuatas ducatur ſemicirculus a d c, & à puncto b educatur perpendicularis d b uſq; ad circumferentiam ſemicirculi, Hanc, dico eſſe medio loco proportionalē inter lineas a b & b c datas. Nam protrahantur lineæ d a, & d c. Erit itaq; per primam ſecundi capitis angulus a d c rectus, à quo ad baſim a c cadit per hypotheſim perpendicularis b d, per præcedentem ergo ipſa b d eſt medio loco proportionalis inter ſegmenta baſis a b, & b c, hoc eſt, inter lineas datas.

SEXTA PROPOSITIO.

Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate ſubiungere.



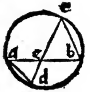
Sint duæ lineæ datæ a b, & c, propoſitum eſt eis ſubiungere tertiam, ad quàm ſe habeat ſecunda, ſicut prima ſe habet ad ſecundam. Coniunge ergo angulariter lineæ a b lineam a d æqualem datæ, c & connectatur b d. Deinde lineam a b protrahe uſq; ad e, ita ut b e ſit æqualis c datæ, & ex puncto e educ ęquidiſtantem ipſi b d, quàm produc, donec concurrat cum a d protracta in puncto f. Dico d f eſſe eam quæ quæritur. Nam in triangulo a e f, linea b d ſecat duo eius latera a f, & a e, æquidiſtans tertio, ergo per ſecundam huius ſegmenta erūt proportionalia, hoc eſt, a b, ad b e, quare etiam ad c, ſunt enim poſitæ æquales, ſicut a d, & ob id c, ad d f,

SEPTIMA PROPOSITIO.

Si in circulo duę rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint, re-

ctangulum comprehenſum ſub ſectionibus unius ęquale eſt ei quod ſub ſegmentis alterius comprehenditur, rectangulo.

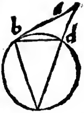
In circulo a d b c ſecent ſe duæ rectæ utcunq; contingerit a b, & c d in puncto e. Dico rectangulũ quod continetur ſub lineis a e, & e b, ęquale eſſe ei quod continetur ſub d e & e c. Trahantur a d, & c b rectæ. Et quia trianguli a e d, & e c b ſunt æquianguli, nã angulus a e d ęquatur ſibi contrapoſito b e c per undecimam primi capitis, & angulus d a e æqualis eſt angulo b c e per nonã ſecundi capitis: ſuſcipiũtur enim ab eodẽ arcu, ſcilicet d a c b, tertius itaq; angulus tertio æqualis eſt propter 34. primi capitis. Latera itaq; æquos angulos reſpiciẽtia, ſunt proportionalia ꝑ tertiam huius. Ergo a e ad e c, ſicut e d ad e b, ergo per tertiam quarti capitis, quod fit ex a e in e b æquale eſt ei quod fit ex e c in e d, quod eſt propoſitũ.



OCTAVA PROPOSITIO.

Si circulum linea contingat, & à termino contingentis trahatur linea circulum diſpeſcens, quod continetur ſub tota diſpeſcente & parte eius exteriori, ęquum eſt quadrato lineæ contingentis.

Sit circulus b d c, quem linea a b contingat in puncto b, & à termino a lineæ contingentis utcunq; libuerit, trahatur linea circulum in duas portiones diſpeſcens, ſitq; a d c. Dico rectangulum, quod ſub tota a d c continetur, & portione exteriori a d, æquum eſſe quadrato lineæ contingentis a b. Trahantur à puncto contractus b ad puncta, quibus linea a d c circulum ſecat, lineę b d, & b c. Habes duos triangulos æquiangulos, totalem, ſci-



licet a b c, & partialem a b d. Nam angulus b c a, totalis trianguli, æqualis eſt per undecimam ſecundi capitis angulo a b d, partialis trianguli. Et angulus b a d utriq; eſt communis, tertius igitur tertio æqualis eſt. Et quia trianguli a b c & a b d ſunt æquianguli, erunt per tertiã huius, latera ęquos angulos reſpicientia proportionalia. Latus igitur totalis trianguli c d a, ad b a latus partialis trianguli, ſicut latus b a totalis trianguli, ad latus d a partialis triãguli. Tres ergo lineæ c a, a b, d a, ſunt continue proportionales, per primã ergo quarti capitis quod ſit ex prima c a in tertiam d a æquum eſt quadrato medię a b, quod erat demonſtrandum.

FINIS.

Digitized by Google

ELEMENTA ARITHMETICES.

ALGORITHMVS DE NV=
meris integris, fractis, Regulis communibus, & de Pro=portionibus.

Authore Georgio Peurbachio.

Omnia recens in lucem ædita ſide & diligentia ſingulari.

Cum præfatione [redacted].

Digitized by Google

ALBERTVS.

Hic numeris conſtat rerum pulcherrimus ordo.
Quem niſi per numeros cernere nemo poteſt.
Si iuuat ergo uices naturæ noſcere miras,
Prima ſit hæc numeros diſcere cura tibi.

Digitized by Google

OPVSCVLVM MAGISTRI GEORGII PEVRBACHII VIRI DOCTISSIMI.

Numeri propoſiti repreſentationem cognoſcere.

Numerum Mathematici tripartiuntur. Quendam enim uocant digitum, qui minor eſt denario, alium uero articulum, qui in decem partes æquales ſecari poteſt, nulla ſuperſtite. Alium quoq; numerum compoſitum, qui ex digito & articulo conſtat. Vnitas autem non eſt numerus, ſed principiũ numeri. Vnde ipſa habet ſe in Arithmetica ad numerum, ſicut punctum in Geometria ad magnitudinem. In hac autẽ ſcientia ſiniſtrorſum agi ſolet more Arabum, qui ipſius primi extiterunt inuentores. Quælibet enĩ figura in primo loco uerſus dextram poſita, ſignificat ſecundum primariã ipſius ĩpoſitionẽ. In ſecundo uero decies tantum, q̃tum in primo In tertio centies tantũ. In quarto milleſies tantũ, et ſic conſequẽter. Quare obſeruare cõuenit, ut ſemper ſupra quartã figurã punctus ponatur, q millenarium notabit, deinde iterũ ſupra quartam alius punctus, donec ad finẽ perueniatur. Quo facto clarebit cuiuslibet figurę repreſentatio, exprimẽdo enĩ cuiuſcũq; figuræ repręſentationem tot millenarios nominabimus, quot ſunt puncta inter eandẽ figuram & primam incluſiue.

DE ADDITIONE.

In unum addere numeros plures.

Ordines eorũ taliter ſcribe, quod omnes primę ſeſe reſpiciant atq; ſecundæ ſeſe, & ſic deinceps, quibus ita ordinatis

Digitized by Google

trahe ſub eis lineam, et incipe operari à dextra parte, ſibi coniungendo omnes primas. Vel igitur ex tali coniunctione primarum excreſcit digitus, uel articulus, uel numerus compoſitus. Si digitus, ſcribe talem digitum inferius ſub linea in directo primarum. Si uero articulus, ſcribe in loco dicto ciſram, et digitum à quo talis articulus denominatur, poſt iunge cum ſecundis figuris. Si uero numerus compoſitus ſcribe digitum qui eſt pars talis compoſiti infra lineam directe, et digitum à quo denominatur articulus adde cum ſecundis figuris. iunctis itaq; primis, eodem modo iunge ſibi ſecundas, hoc obſeruato ſi digitum aliquem ex additione primarum loco articuli menti teneas tum (ut dixi) eum cum ſecundis iunge, expeditis ſecundis ad tertias procede, deinde ad quartas, et ſic conſequenter. Cum autem ad ultima loca ueneris, non oportet amplius digitum in loco denarij (ſi fuerit) mente teneri, ſed expreſſe poni, eo quod non ſunt differentiæ ſubſequentes. Et quando contingeret differentias ſibi iungendas, omnes eſſe ciſras directe, nec ex precedentibus fuiſſet digitus articuli in illum locum reſeruatus, ſub illis propter ſequentes eſſet ſcribenda ciſra.

Vtrum autem in iſto opere error commuſſus ſit, an non, ſic expedieris. Cuiuslibet ordinis addendi figuras collige proijciendo nouem quotiens poteris, reſiduum uocabis probam. Acceptis autem omnibus probis numerorum addendorum ſumma ipſas, abijciendo nouem iterum ſi poſſis, reſiduum tenendo, et uocabis probam primam. Deinde ſimili modo accipe probam numeri ex additione creati, quæ ſi cum proba ante ſeruata concordauerit bene actum eſt. Si uero non, ſcies errorem accidiſſe. Quare opus reiterandū erit.

Digitized by Google

DE SVBTRACTIONE.

Vnum numerum ab alio ſubtrahere.

Ordina ſubtrahendum, qui aut minor, uel maxime æqua lis eſſe debet, ſub eo à quo debet fieri ſubtractio, taliter quod prima ſit ſub prima, et ſecunda ſub ſecunda, et ſic dein ceps. Et ſub his ordinibus lineam trahe. Incipe operari à parte dextra. Vel itaq; prima inferioris ordinis eſt par ſibi ſuprapoſitæ uel minor ea, uel maior. Si par, ſub linea inferi= us in directo primarum ſcribe ciſram. Si minor tunc ibi ſcribe illud quo ſuperior excedit inferiorem. Si uero maior quoniam maius à minore ſubtrahi non conſueuit, accommo= dãda tibi in mente erit unitas à proxima figura uerſus ſini ſtram bene conſiderando reſiduum eius, ſi quid fuerit, quæ quidem unitas reſpectu tuæ à qua debet fieri ſubtractio, de= narium ualet. Iuncto itaq; denario tuæ figure ab aggrega to di[illegible]trahendam. et reſiduum inferius ſub linea ſcribe. Si tamen figura ſequens à qua mutuanda erat unitas, eſſet unitas, bene conſiderabis in mente tua facta mutuatione in eodem loco nihil digitorum ſignificatiuorum ibi remanſere, ideo loco eius ciſram imaginari debes. Et ſi talis figura ſe= quens eſſet ciſra, tranſeundum tibi ulterius eſt, donec ueniās ad figuram ſignificatiuam, et ibi accommodata unitate bene conſiderando reſiduum eius in redeundo, loco cuiuslibet ci= ſræ pertranſitæ, nouenarium imaginare. Et cum peruene= ris od figuram à qua debet fieri ſubtractio, denarium ſibi iunge, et à collecto ſubtrahe, et reſiduum inferius ut prius deſcribe, quo facto age ſimiliter de ſecunda inferioris, ipſam ſubtrahendo à ſecunda ſuperioris ordinis. Deinde tertijs idem et ſic conſequenter ad finem. Hoc tamen ualde obſer=

uabis, quod ſi prius in ſubtractione unitatem ab aliqua figura mutuaſti, quod iam non à tota, ſed ab ea minus unitate, hoc eſt, à reſiduo, quod ante te iuſſi conſiderare fiat ablatio. Vel ſi nouenarium aliquẽ loco cifræ reliqueris mentaliter, iam à tali nouenario demas inferiorem, et ſi tibi tamen quandoq; cifra occurrat à qua debet fieri ſubtractio figuræ ſignificatiuæ mutua unitatem, ſicut dictum eſt antea.

Probatio.

Accipe probam ut in additione. Deinde collige probas ordinis ſubtracti, & ordinis reſidui. Item accipe probam numeri ſubtrahendi, hoc eſt, numeri, à quo debet fieri ſubtractio abijciendo nouem quotiens oportet, quod ſi collectum ex probis numeri ſubtracti & numeri reſidui inæquale fuerit probæ reliquæ, erraſſe te ſcias. Si æquale diligentia adhibita concludas, bene actum eſſe.

DE MEDITATIONE. Mediationi.

Numerum quemcunq; dimidiare.

Eo per ſuas differentias ſcripto, lineaq; ſub ipſo ducta, operari incipias à parte ſiniſtra. Vel igitur ultima dati numeri eſt par uel ĩpar. Si par, eius medietatẽ directe infra lineã ſcribe ſub ipſa figura. Si impar, proximi numeri paris ſub illa contenti inferius ſcribe medietatẽ, tenendo unitatẽ ſuperfluam in illo loco bene memoriæ. Si tamen ultima eſſet unitas, eam una cum penultima tanq̃ articulum reſpectu eius duceres mediandã. Eo pacto de penultimo uerſus dexteram procedẽdo age, deinde de alijs & ſic conſequenter. Hoc tamen animaduertendo quod ſi prius unitatem aliquam ſuperfluam mẽte tenuiſti, eam iam tanq̃ articulum cum ſequenti digito (ſi digitus fuerit) aut ipſam ſolam tanquã denarium (ſi ſequitur

ciſra) dimidiabis, Et medietatẽ ſub tali digito aut ciſra inferius ſcribes. Et ſi tibi ciſra quandoq; occurrat, apud quam immediate nullus digitus ſuperfluus eſt reſeruatus, inferius ſcribito ciſram, & ſi contingat quod in primo loco uerſus dextram reperiatur impar, tunc ibi oportebit loco unitatis ſuperfluæ poſt finem numeri aliquo ſpatio interiecto ſcribere, ut ſic $\frac{1}{2}$ *talis unitatis medietatem ipſo proximo pari minori (ſi fuerit) eo pacto ut prius dictum eſt dimidiato. Si tamen prima eſſet unitas, & apud ſecundam non eſſet ſuperflua unitas reſeruata, tunc ſub prima inferius eſſet ciſra ſcribenda, & poſt interiecto ſpatio medietatis unius ſignum faciendum.*

Proba. Adde numeros ſub regula ut in additione. Et dupla probam numeri inferioris, et ſi proba duplicata iſerioris, probæ ſuperioris ordinis inæqualis ſit, erraſſe te ſcias.

DE DVPLATIONE.

Numerum quemcunq; duplare.

Ipſo ſcripto ſcribe eum iterum ſub ſe, ſicut in additione fieri ſolet à dextra uerſus ſiniſtram, et tracta linea inferius adde unum alteri, modo dicto de additione & factum eſt. Si tamen haberes extra ordinẽ $\frac{1}{2}$ *pro tali duplicanda adderes primis in dextera parte unitatem. Vel ſi libet poteris ita facere, trahe ſub numero quem duplare uelis lineam, & incipe operari à dextris, uel igitur ex duplatione primæ ſurget digitus uel articulus uel numerus cõpoſitus. Si digitus, eum inferius primo loco ſcribe. Si articulus, inferius ſcribito ciſrã et unitatem articuli poſt iungas cum duplo ſecundæ figurę, Si uero numerus compoſitus inferius ſcribe digitum partem talis compoſiti, & cum unitate articuli fac ut prius. Et ſi*

QVARTA PROPOSITIO.

Quęlibet ex quatuor proportionalibus ignotum inuenire.

Si quis extremorum ignoretur, ducantur medij in ſe, & productum diuidatur per extremum notum, & prodibit extremus ignotus. Quod ſi quis intermediorum ignotus fuerit, multiplicentur in ſe extremi & productus per medium notum diſtribuatur, prodibit medius ignotus.

QVINTA PROPOSITIO.

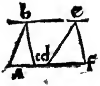
Quando productum ex duobus numeris eſt æquale producto ex alijs quibuslibet duobus numeris, tunc ſi hi poſteriores duo, prioribus duobus interponantur aut ē cōtrario, erūt hi quatuor numeri proportionales ut productū ex 12. & 3. hoc ē 36. ęquatur producto ex 9. & 4. quare ſi 9. & 4. interſerantur 12. & 3. hoc modo 12. 9. 4. 3. erunt proportionales. Aut ſi inter 9. & 4. ponātur 12. et 3. nihilominus erunt proportionales, ut 9. 12. 3. 4.

SEXTA PROPOSITIO.

Si totius ad totum eſt porportio quæ detracti ad detractum, erit reſidui etiam ad reſiduum proportio, quæ totius ad totum.

Vt 12. & 8. habent proportionem ſeſquialteram. Detrahantur itaq; ab eis duo numeri, qui eandem habeāt proportionem, ex 12. quidē detrahatur 9. & ex 8. auferantur 6. Dico reſiduos ſimili iuncto proportione. Nam ſubtractis. 9. de 12. relinquuntur 3. At 6. de 8. abiectis, remanent 2. 3. aūt reſpiciunt 2. ſeſquialtera proportione.

CAPVT QVINTVM. DE TRIANGVLIS.

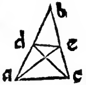


Si duo trianguli ponantur inter lineas æquidiſtãtes,erit ipſorũ triangulorũ proportio,q̃ eſt baſinũ qbus inſiſtunt.

Sint duo trianguli a b c,& d e f,inter lineas æquidiſtantes b e,& a f,dico ipſorũ eſſe proportionem,quæ eſt baſium. Nã ſi poſita fuerint ſuper baſes æquales trianguli ſunt æquales,ſi uero ſuper baſes inæquales, et ipſi inæquales per 26. et 27. Quia uero talium triangulorum æqualitas et inæqualitas, concomitatur æqualitatem et inæqualitatem baſium,neceſſario erit triangulorum proportio quæ eſt baſium.

SECVNDA PROPOSITIO.

Si linea recta duo trianguli latera ſecet, tertio æquidiſtans,erunt ſegmenta laterum proportionalia.



Sit triangulus a b c,cuius latera a b,et c b ſecet linea d e æquidiſtanter baſi a c,dico a d ad d b proportionem eſſe,ſicut c e ad e b. Trahantur enim lineæ d c et e a,Erũt itaq; duo trianguli d e a et d e c æquales. Nam ponuntur ſuper eandem baſim d e,inter lineas d e et a c æquidiſtãtes, quapropter habet ad triangulum d e b, eandem proportionem. Sed proportio trianguli a d e ad triangulum d e b, eſt per præcedentem ſicut baſis a d ad baſim d b Nam trianguli a d e,et d b e, ponuntur inter lineas æquidiſtantes,quod pateret ſi duceretur à puncto e æquidiſtãs lineæ a b. Similiter per præmiſſam proportio trianguli d e c,ad triangulum d e b eſt,ſicut proportio baſis c e ad baſim e b. Nam trianguli d e c,et d e b ponũtur inter lineas æquidiſtantes,quod pateret ſi duceretur à pũcto d linea æquidiſtãs lineæ b c. Cũ ergo triangulorũ eſt eadẽ proportio,ut modo oſtenſum,erit per conceptionem primam,

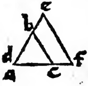
& baſium eadem proportio, quæ ſunt ſegmenta, in quæ latera triãguli a b c diſiecta ſunt, ergo patet propoſitum.

TERTIA PROPOSITIO.

Duorum triangulorum, æquiangulorum, latera æquos angulos reſpicientia proportionalia.







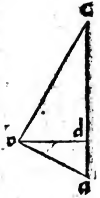
Sint duo trianguli æquianguli a b c & d e f, ſitq; angulus a æqualis angulo d, & angulus b angulo e, et angulus c angulo f, dico latera ęquos angulos aſpiciẽtia eſſe proportionalia, hoc eſt, proportionem lateris a b ad d e, et a c ad d f, & b c ad e f, eſſe unam. Nam ſi trianguli ſunt æquilateri, habebunt latera æquis angulis oppoſita proportionem æqualitatis. Si uero fuerint laterum inæqualiũ, ſuperponatur primo angulus b angulo e. Et quia ſunt æquales ex hypotheſi, cadet propter octauam conceptionem latus b a ſuper latus e d, et latus b c ſuper latus e f, & quia angulus b a c eſt ęqualis angulo e d f, erit linea a c æquidiſtans lineæ d f per ſecundã partẽ uiceſimæ. Nã lineis a c, & d f incidit e d linea faciens angulũ extrinſecum e a c æqualem intrinſeco ſibi ex eadem parte oppoſito e d f, per præcedentem, ergo d a ad a b, ſicut f c ad c b, & per proportionalitatem coniunctam d a e ad a b, ſicut f c e ad c b. Deinde angulus a congruat angulo d, & ſimili modo probetur f d eſſe ad c a, ſicut e d ad b a, & patebit propoſitum.

QVARTA PROPOSITIO.

Si angulo recto trianguli orthogonij, ceciderit ad baſim perpendicularis, erunt tres trianguli, ſcilicet totalis et duo partiales æquianguli. Vnde perpendicularis inter ſegmenta baſis medio loco erit proportionalis. Item utrunq; la-

tus medio loco, proportionale erit inter totam baſim, & ſegmentum ſibi conterminale.

Sit triangulus a b c, cuius angulus b rectus à quo ad baſim a c cadat perpendicularis b d. Dico totalem triangulum a b c, et duos partiales a b d & b d c inter ſe eſſe æquiangulos. Nam quilibet eorum habet angulum rectũ, totalis quidem a b c, partiales uero, angulos qui ſunt ad d, cõmunicat inſuper uterq; partialium cum totali in uno angulo, quare tertij erunt etiam æquales propter 24. primi cap. Memento igitur angulum b a d æqualem eſſe angulo d b c, & angulum a b d æqualem angulo b c d. Corollarij utraq; pars facile probatur, ſi diligenter aduerteris, quę latera æqualibus opponantur angulis. Cum enim duo partiales trianguli ſint æquianguli, erunt per præcedentem latera ęquos angulos reſpicientia proportionalia. Latus itaq; a d ſiniſtri triãguli ad latus d b trianguli dextri, eſt ſicut idem latus d b trianguli ſiniſtri ad latus d c trianguli dextri. Hic aduerte b d lineam bis ſumi primo ut latus dextri trianguli, deinde ut latus ſiniſtri trianguli, & ut uarie ſumitur, ita uarios aſpicit angulos. Rurſus latus a c totalis trianguli ad latus a b ſiniſtri, ſicut latus a b totalis trianguli ad latus a d ſiniſtri. Viden latus b a medio loco eſſe proportionale inter totam baſim a c, & partem ſibi conterminalem a d. Similiter latus a c totalis trianguli ad latus b c dextri, ſicut latus b c totalis ad latus d c dextri.



QVINTA PROPOSITIO.

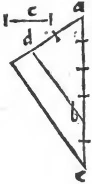
Duabus lineis propoſitis, tertiam inter eas in proportionalitate continua collocare.



Sint duæ lineę a b, inter quas linea medio loco proportionalis inuenitur, hoc modo. Datæ lineæ continuentur in directum, & ſint a b c, deinde ſuper eas continuatas ducatur ſemicirculus a d c, & à puncto b educatur perpendicularis d b uſq; ad circunferentiam ſemicirculi, Hanc, dico eſſe medio loco proportionalē inter lineas a b & b c datas. Nam protrahantur lineæ d a, & d c. Erit itaq; per primam ſecundi capitis angulus a d c rectus, à quo ad baſim a c cadit per hypotheſim perpendicularis b d, per præcedentem ergo ipſa b d eſt medio loco proportionalis inter ſegmenta baſis a b, & b c, hoc eſt, inter lineas datas.

SEXTA PROPOSITIO.

Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate ſubiungere.



Sint duæ lineæ datæ a b, & c, propoſitum eſt eis ſubiungere tertiam, ad quàm ſe habeat ſecunda, ſicut prima ſe habet ad ſecundam. Coniunge ergo angulariter lineæ a b lineam a d æqualem datæ, c & connectatur b d. Deinde lineam a b protrahe uſq; ad e, ita ut b e ſit æqualis c datæ, & ex puncto e educ ęquidiſtantem ipſi b d, quàm produc, donec concurrat cum a d protracta in pūcto f. Dico d f eſſe eam quæ quæritur. Nam in triangulo a e f, linea b d ſecat duo eius latera a f, & a e, æquidiſtans tertio, ergo per ſecundam huius ſegmenta erūt proportionalia, hoc eſt, a b, ad b e, quare etiam ad c, ſunt enim poſitæ æquales, ſicut a d, & ob id c, ad d f,

SEPTIMA PROPOSITIO.

Si in circulo duę rectæ lineæ ſe ad inuicem ſecauerint, re-

ſtangulum comprehenſum ſub ſectionibus unius æquale eſt ei quod ſub ſegmentis alterius comprehenditur, rectangulo.

In circulo a d b c ſecent ſe duæ rectæ utcunq; contigerit a b, & c d in puncto e. Dico rectangulũ quod continetur ſub lineis a e, & e b, æquale eſſe ei quod continetur ſub d e & e c. Trahantur a d, & c b rectæ. Et quia trianguli a e d, & e c b ſunt æquianguli, nã angulus a e d æquatur ſibi contrapoſito b e c per undecimam primi capitis, & angulus d a e æqualis eſt angulo b c e per nonã ſecundi capitis, ſuſcipiũtur enim ab eodẽ arcu, ſcilicet d a c b; tertius itaq; angulus tertio æqualis eſt propter 14. primi capitis. Latera itaq; æquos angulos reſpiciẽtia, ſunt proportionalia p tertiam huius. Ergo a e ad e c, ſicut e d ad e b, ergo per tertiam quarti capitis, quod fit ex a e in e b æquale eſt ei quod fit ex e c in e d, quod eſt propoſitũ.



OCTAVA PROPOSITIO.

Si circulum linea contingat, & à termino contingentis trahatur linea circulum diſpeſcens, quod continetur ſub tota diſpeſcente & parte eius exteriori, æquum eſt quadrato lineæ contingentis.

Sit circulus b d c, quem linea a b contingat in puncto b, & à termino a lineæ contingentis utcunq; libuerit, trahatur linea circulum in duas portiones diſpeſcens, ſitq; a d c. Dico rectangulum, quod ſub tota a d c continetur, & portione exteriori a d, æquum eſſe quadrato lineæ contingentis a b. Trahantur à puncto contractus b ad puncta, quibus linea a d c circulum ſecat, lineæ b d, & b c. Habes duos triangulos æquiangulos, totalem, ſci-



licet a b c, & partialem a b d. Nam angulus b c a, totalis trianguli, æqualis eſt per undecimam ſecundi capitis angulo a b d, partialis trianguli. Et angulus b a d utriq; eſt communis, tertius igitur tertio æqualis eſt. Et quia trianguli a b c & a b d ſunt æquianguli, erunt per tertiā huius, latera ęquos angulos reſpicientia proportionalia. Latus igitur totalis trianguli c d a ad b a latus partialis trianguli, ſicut latus b a totalis trianguli, ad latus d a partialis triāguli.

Tres ergo lineæ c a, a b, d a, ſunt continue proportionales, per primā ergo quarti capitis quod ſit ex prima c a in tertiam d a æquum eſt quadrato medię a b, quod erat demonſtrandum.

FINIS.

ELEMENTA ARITHMETICES.

ALGORITHMVS DE NVmeris integris, fractis, Regulis communibus, & de Proportionibus.

Authore Georgio Peurbachio.

Omnia recens in lucem ædita fide & diligentia ſingulari.

Cum præfatione [redacted].

Digitized by Google

OPVSCVLVM MAGISTRI GEORGII PEVRBACHII VIRI DOCTISSIMI.

Numeri propoſiti repreſentationem cognoſcere.

Numerum Mathematici tripartiuntur. Quendam enim uocant digitum, qui minor eſt denario, alium uero articulum, qui in decem partes æquales ſecari poteſt, nulla ſuperſtite. Alium quoq; numerum compoſitum, qui ex digito & articulo conſtat. Vnitas autem non eſt numerus, ſed principiū numeri. Vnde ipſa habet ſe in Arithmetica ad numerum, ſicut punctum in Geometria ad magnitudinem. In hac autē ſcientia ſiniſtrorſum agi ſolet more Arabum, qui ipſius primi extiterunt inuentores. Quælibet enī figura in primo loco uerſus dextram poſita, ſignificat ſecundum primariā ipſius ipoſitionē. In ſecundo uero decies tantum, q̄tum in primo In tertio centies tantū. In quarto milleſies tantū, et ſic conſequēter. Quare obſeruare cōuenit, ut ſemper ſupra quartā figurā punctus ponatur, q millenarium notabit, deinde iterū ſupra quartam alius punctus, donec ad finē perueniatur. Quo facto clarebit cuiuslibet figurę repreſentatio, exprimēdo enī cuiuſcūq; figuræ repręſentationem tot millenarios nominabimus, quot ſunt puncta inter eandē figuram & primam incluſiue.

DE ADDITIONE.

In unum addere numeros plures.

Ordines eorū taliter ſcribe, quod omnes primę ſeſe reſpiciant atq; ſecundæ ſeſe, & ſic deinceps, quibus ita ordinatis

trahe ſub eis lineam, et incipe operari à dextra parte, ſibi coniungendo omnes primas. Vel igitur ex tali coniunctione primarum excreſcit digitus, uel articulus, uel numerus compoſitus. Si digitus, ſcribe talem digitum inferius ſub linea in directo primarum. Si uero articulus, ſcribe in loco dicto cifram, et digitum à quo talis articulus denominatur, poſt iunge cum ſecundis figuris. Si uero numerus compoſitus ſcribe digitum qui eſt pars talis compoſiti infra lineam directe, et digitum à quo denominatur articulus adde cum ſecundis figuris. iunctis itaq; primis, eodem modo iunge ſibi ſecundas, hoc obſeruato ſi digitum aliquem ex additione primarum loco articuli menti teneas tum (ut dixi) eum cum ſecundis iunge, expeditis ſecundis ad tertias procede, deinde ad quartas, et ſic conſequenter. Cum autem ad ultima loca ueneris, non oportet amplius digitum in loco denarij (ſi fuerit) mente teneri, ſed expreſſe poni, eo quod non ſunt differentiæ ſubſequentes. Et quando contingeret differentias ſibi iungendas, omnes eſſe cifras directe, nec ex precedentibus fuiſſet digitus articuli in illum locum reſeruatus, ſub illis propter ſequentes eſſet ſcribenda cifra.

Vtrum autem in iſto opere error commiſſus ſit, an non, ſic expedieris. Cuiuslibet ordinis addendi figuras collige proijciendo nouem quotiens poteris, reſiduum uocabis probam. Acceptis autem omnibus probis numerorum addendorum ſumma ipſas, abijciendo nouem iterum ſi poſſis, reſiduum tenendo, et uocabis probam primam. Deinde ſimili modo accipe probam numeri ex additione creati, quæ ſi cum proba ante ſeruata concordauerit bene actum eſt. Si uero non, ſcies errorem accidiſſe. Quare opus reiterandũ erit.

DE SVBTRACTIONE.

Vnum numerum ab alio ſubtrahere.

Ordina ſubtrahendum, qui aut minor, uel maxime æqualis eſſe debet, ſub eo à quo debet fieri ſubtractio, taliter quod prima ſit ſub prima, et ſecunda ſub ſecunda, et ſic deinceps. Et ſub his ordinibus lineam trahe. Incipe operari à parte dextra. Vel itaq; prima inferioris ordinis eſt par ſibi ſuprapoſitæ uel minor ea, uel maior. Si par, ſub linea inferius in directo primarum ſcribe ciſram. Si minor tunc ibi ſcribe illud quo ſuperior excedit inferiorem. Si uero maior quoniam maius à minore ſubtrahi non conſueuit, accommodāda tibi in mente erit unitas à proxima figura uerſus ſiniſtram bene conſiderando reſiduum eius, ſi quid fuerit, quæ quidem unitas reſpectu tuæ à qua debet fieri ſubtractio, denarium ualet. Iuncto itaq; denario tuæ figuræ ab aggregato aufer ſubtrahendam. et reſiduum inferius ſub linea ſcribe. Si tamen figura ſequens à qua mutuanda erat unitas, eſſet unitas, bene conſiderabis in mente tua facta mutuatione in eodem loco nihil digitorum ſignificatiuorum ibi remanſiſſe, ideo loco eius ciſram imaginari debes. Et ſi talis figura ſequens eſſet ciſra, tranſeundum tibi ulterius eſt, donec inuenias ad figuram ſignificatiuam, et ibi accommodata unitate bene conſiderando reſiduum eius in redeundo, loco cuiuslibet ciſræ pertranſitæ, nouenarium imaginare. Et cum perueneris ad figuram à qua debet fieri ſubtractio, denarium ſibi iunge, et à collecto ſubtrahe, et reſiduum inferius ut prius deſcribe. quo facto age ſimiliter de ſecunda inferioris, ipſam ſubtrahendo à ſecunda ſuperioris ordinis. Deinde tertijs idem et ſic conſequenter ad finem. Hoc tamen ualde obſer-

uabis,quod ſi prius in ſubtractione unitatem ab aliqua figura mutuaſti,quod iam non à tota,ſed ab ea minus unitate , hoc eſt,à reſiduo,quod ante te iuſſi conſiderare fiat ablatio. Vel ſi nouenarium aliquē loco ciſræ reliqueris mentaliter , iam à tali nouenario demas inferiorem,et ſi tibi tamen quandoq; ciſra occurrat à qua debet fieri ſubtractio figuræ ſignificatiuæ mutua unitatem,ſicut dictum eſt antea.

Probatio.

Accipe probam ut in additione. Deinde collige probas ordinis ſubtracti,& ordinis reſidui.Item accipe probam numeri ſubtrahendi, hoc eſt, numeri,à quo debet fieri ſubtractio abijciendo nouem quotiens oportet, quod ſi collectum ex probis numeri ſubtracti & numeri reſidui inæquale fuerit probæ reliquæ,erraſſe te ſcias. Si æquale diligentia adhibita concludas,bene actum eſſe.

DE MEDIATIONE.

Numerum quemcunq; dimidiare.

Eo per ſuas differentias ſcripto, lineaq; ſub ipſo ducta, opari incipias à parte ſiniſtra. Vel igitur ultima dati numeri eſt par uel īpar. Si par,eius medietatē directe infra lineā ſcribe ſub ipſa figura. Si impar,proximi numeri paris ſub illa contenti inferius ſcribe medietatē,tenendo unitatē ſupfluam in illo loco bene memoriæ. Si tamen ultima eſſet unitas,eam una cum penultima tanq̄ articulum reſpectu eius duceres mediandā. Eo pacto de penultimo uerſus dexteram procedēdo age,deinde de alijs & ſic conſequenter. Hoc tamen animaduertendo quod ſi prius unitatem aliquam ſuperfluam mēte tenuiſti,eam iam tanq̄ articulum cum ſequenti digito (ſi digitus fuerit) aut ipſam ſolam tanquā denarium (ſi ſequitur

Digitized by Google

ciſra) dimidiabis. Et medietatē ſub tali digito aut ciſra inferius ſcribes. Et ſi tibi ciſra quandoq; occurrat, apud quam immediate nullus digitus ſuperfluus eſt reſeruatus, inferius ſcribito ciſram, & ſi contingat quod in primo loco uerſus dextram reperiatur impar, tunc ibi oportebit loco unitatis ſuperfluæ poſt finem numeri aliquo ſpatio interiecto ſcribere, ut ſic $\frac{1}{2}$ talis unitatis medietatem ipſo proximo pari minori (ſi fuerit) eo pacto ut prius dictum eſt dimidiato. Si tamen prima eſſet unitas, & apud ſecundam non eſſet ſuperflua unitas reſeruata, tunc ſub prima inferius eſſet ciſra ſcribenda, & poſt interiecto ſpatio medietatis unius ſignum faciendum.

Proba. Adde numeros ſub regula ut in additione. Et dupla probam numeri inferioris, et ſi proba duplicata īferioris, probæ ſuperioris ordinis inæqualis ſit, erraſſe te ſcias.

DE DVPLATIONE.

Numerum quemcunq; duplare.

Ipſo ſcripto ſcribe eum iterum ſub ſe, ſicut in additione fieri ſolet à dextra uerſus ſiniſtram, et tracta linea inferius adde unum alteri, modo dicto de additione & factum eſt. Si tamen haberes extra ordinē $\frac{1}{2}$ pro tali duplicanda adderes primis in dextera parte unitatem. Vel ſi libet poteris ita facere, trahe ſub numero quem duplare uelis lineam, & incipe operari à dextris, uel igitur ex duplatione primæ ſurget digitus uel articulus uel numerus cōpoſitus. Si digitus, eum inferius primo loco ſcribe. Si articulus, inferius ſcribito ciſrā et unitatem articuli poſt iungas cum duplo ſecundæ figuræ, Si uero numerus compoſitus inferius ſcribe digitum partem talis compoſiti, & cum unitate articuli fac ut prius. Et ſi

baberes unam medietatem extra, fac cum tali ut ſuperius audiuiſti. Deinde procede ad ſecundam figuram, poſt ad tertiam & ſic ad finem. bene tamen conſiderando ſi ſaltem prius in mente reſeruata fuerit unitas, in locum articuli talē cum duplato nunc copulabis. Et ſi cifra tibi occurrat cifram inferius ſcribe niſi prius in mente reſeruaſſes unitatem tunc enim talem oporteret loco cifræ inferius deſcribi.

Probatio ſicut in mediatione eſt.

DE MVLTIPLICATIONE.

Numerum quẽcunq; per quencunq; multiplicare.

Multiplicare non eſt aliud niſi alteram earum quantitatum toties ſibi coacervare, quoties in reliqua eſt unitas, & illa ſolum in numeris reperitur. Primo te in promptu bene ſcire neceſſe eſt. (Si ſaltem aptus uelis eſſe huic negocio diſcipulus) quid ex ductione ſingulorum digitorum nouem in eorum quemlibet producatur. Nam ſi illud ignoras, certifico te niſi des operam ad id cognoſcendum, inutilis eris huius rei auditor. Aſſuefacias igitur teipſum in illis nouem digitis, primo, & in paruis non eſt opus iſto cum de ſe ſit apertum, ſed ſolum in maioribus pro cuius mediocri ſubſidio cape regulam illam antiquam. Quilibet digitus in aliquem digitorum multiplicatus producit eum numerum, qui manet poſtq̃ ab articulo à minori digito denominato, minor digitus totiens detrahitur quot ſunt unitates à maiori digito ad denarium complendum, ut ter octo ſunt triginta, demptis inde bis tribus, poſtquam igitur digitorum omnium multiplicationes in promptu tenes, ad opus accedere potes.

TABVLA PROBAE.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Scribe igitur numerum, quem uelis multiplicare per ſuas differentias, & numerum per quem id facere uis ſub eo uel ſupra eum, ſic quod prima ſit ſub prima, ſecunda ſub ſecunda, & tertia ſub tertia, et ſic deinceps incipiendo à parte dextra, & ſuadeo eum ponas inferius qui pauciores numero habet figuras, ſi ſaltem unus plures quàm alter habeat, et ſub eis trahe lineam, & incipias operari à parte dextra, ducendo primo primam inferioris ordinis, in ſingulas ſuperiores ſecundum ordinem, uel ergo ex prima inferioris, in primam ſuperioris ordinis excreſcat digitus, uel articulus. uel numerus compoſitus. Si digitus, ſcribe talem ſub primis figuris infra lineam. Si articulus ibidem ſcribe cifram & digitum articuli memorię commenda. nam ipſe iungendus eſt producto ex eadem prima inferioris in ſequentem proximam ſuperioris ordinis. Si uero numerus compoſitus in primo loco, inferius ſcribe digitum partem talis cōpoſiti, et cum articulo fac ut iā immediate dictum eſt. Vel ſi ex tali ductione nihil proueniret, inferius eſt ponenda cifra, conſimiliter deinde duc primā inferioris in ſecundam ſuperioris ordinis et producto, ſi prius reſeruaſti aliquem digitum memoria, digitum talem cōiunge & tūnc tale productum, uel erit digitus, uel articulus, uel numerus compoſitus. Si digitus ſcribe eum in ſecundo loco inferius. Si articulus ſcribe cifram in tali loco infra lineam, & digitum articuli tene mēte, quia iungendus eſt producto ex eadem inferiori in proxime ſequentem ſuperiorem. Si numerus compoſitus in tali loco, inferius ſcribe digitum, qui eſt pars compoſiti, & de articulo fac ut dictum eſt. Si tamen tale proueniens nihil eſſet, pone cifram in tali loco inferius. Eodem modo facias ducendo eandem primam inferioris in

Digitized by Google

tertiam ſuperioris, deinde in quartam. poſt in quintum, ſi tot ſunt, donec eam duxeris in omnes ſuperioris. Valde tum obſeruando, quod digiti reſeruati (ſi ſint) poſt productis addantur & coniunctum, ſcribatur in debito ordine, ita quod prouenti ex prima in primam, digitus uel cifra, in primo loco inferius ſcribatur. Ex ea in ſecundam ſuperioris in ſecundo loco. Ex ea in tertiam ſuperioris in tertio loco. Ex ea in quartã ſuperioris in quarto loco, et ſic conſequẽter. Expedita prima ipſam cancella ad deſignandum quod iam ſit expedita. Deinde eundem tene modum ducendo ſecundã inferioris in ſingulas ſuperiores eo ordine ſcribendo producta, niſi quod primus locus huius ſecundi ordinis ſub ipſa ſecunda inferiori erit. Eodẽ modo fac de tertia, ipſam in ſingulas ſupiores ducendo, et incipiendo ordinem talium productorum inferius ſub eadem tertia, et ſic conſequenter de alijs ſi ſint, uſq; ad finẽ non ceſſando, donec quamlibet inferiorum duxeris in quãlibet ſuperiorum, Et quando aliquã expedieris, ipſam cancella. Et ſcito ꝙ ex ductione cifræ in cifram, uel in digitum non prouenit niſi cifra, ideo tunc cifram, ſi nihil reſeruaſti ſibi iungi debet in loco ſuo qui ſibi debetur ex ordine ſcribe. Hac etiam ratione ſi cifra fuerit in ordine inferiori, ipſam pertranſire potes niſi quod eam in ſolam primam ſuperioris ordinis ducas propter ordinem. Aut ſi fuerit in primo loco, ne ſequentes minus ſignificent, non eſt aliud niſi ſeruare debitum ordinem, et nihil neceſſarij omittere. Quibus ita completis omnes ordines infra lineam ſibi iunge iuxta modum datum in additione. Non tamen mutando ſitum, et inceptionem eorum, & productum ex eis erit id quod prouenit ex multiplicatione talium numerorum.

Digitized by Google

Proba ducta multiplicantis in probam multiplicandi proijciendo nouem quoties oportet, ſi quid ſupereſt, probam numeri producti non æquat opus, iterare cogeris.

DE DIVISIONE.

Numerum quemcunq; per æqualem uel minorem ſe diuidere.

Pone ultimam diuiſoris ſub ultima diuidendi, penultimã ſub penultima, et ſic deinceps. Si ſaltem ſupra poſitum preciſe diuiſore ſit eo maius uel ſibi æquale. Nam ſi minus eſſet, tunc ultima diuiſoris eſſet ponenda ſub penultima diuidendi, & penultima ſub ante penultima, & ſic deinceps. Deinde trahe lineam deorſum à parte dextra ante numerum diuidendum. Quibus ita poſitis, uide quotiens ipſe diuiſor preciſe contineatur in ſibi ſupra poſito. Quod ad maximum nonies fieri poteſt, ad minimum uero ſemel. Et talem digitum deſignantem, quotiens huiuſmodi, ſcribe in directo numeri diuidendi ante lineam, & diuiſor per tale quotiens multiplicatus ſubtrahatur à ſibi ſupra poſito, ipſum quidem ſuprapoſitum cancellando, & reſiduum ſi quid fuerit ſupra cancellatum reſcribendo. In hoc autem tuo utere ingenio. conſiderando quotiens ad maximum ultima diuiſoris poſſit detrahi à ſibi ſuprapoſito. Ita tamen quod totiens penultima à ſuprapoſito ſuo & reſiduo priori ſi quid fuerit etiam poſſit, ſimul & reliquæ ſingulæ toties poſſint à ſibi ſuprapoſitis ſubtrahi. Scripto itaq; digito quotiens & diuiſore per eum multiplicato in ſingulis ſuis differentijs & producto à ſuprapoſitis ſuis ablato, prioribus cancellatis, & reſiduo ſi fuerit reſcripto, ordinem diuiſoris anteriorabis per unicam differentiam uerſus dextram, ſic quod quælibet figura eius

ſit uidnior lineæ tractæ in uno loco, quàm prius fuerit. Priorem quidem ordinem ſolum cancellanda, & nouum ſub priori ita anterioratum reſcribendo. Et iterum uide modo priori, quotiens diuiſor poſſit ſubtrahi à ſibi tunc ſuprapoſito, ſolum non cancellatas aduertendo, & digitum tale quotiens oſtendentem ſcribe ante digitum prius ante lineam ſcriptũ, & fac ſic, ut prius. Deinde iterum anteriorabis ordinem diuiſoris, & ita ages conſequenter digitos quotiens deſignantes poſt quamlibet anteriorationem ſecundum ordinem ſcribendo, & à tali operatione non ceſſando, donec prima diuiſoris perueniat ſub primam diuidendi, & ibi ultimo diuiſoris ordo, à ſibi ſuprapoſito relicto auferatur. Quandocunq; tamẽ poſt anteriorationẽ ordo diuiſoris nõ poteſt ſubtrahi à ſibi ſuprapoſito tunc in ordine digitorum quotiens debet poni cifra. Quibus ita peractis, numerus digitorum quotiens ſcilicet ante lineam, oſtendit tibi quot unitates de numero diuidendo unicuiq; unitatum numeri diuiſoris cedant, & ſi aliquid in ſuprapoſitis remanſerit, hoc oportet eſſe minus diuiſore.

Præterea in his omnibus ſpeciebus una probat aliam. Additio namq; ſubtractionem. Mediatio duplationem. Multiplicatio diuiſionem, & econtra hęc illam, etiam operis reiteratio ſufficienter an bene factum ſit poteſt probare. Item ſi ex probis numeri quotiens & diuiſoris unam in aliam duxeris, inde productum uel reſiduum abiecto nouenario probæ numeri diuiſi inæquale uideris, erraſſe te intelliges. Etſi de numero diuiſo reſiduum fuerit minus diuiſore, ipſius probam adde producto ex probis numeri diuiſoris & quotiens, Deinde uia ſuperiori procede.

ALGORITHMVS DE PROGRESSIONE.

Cuiuscunq; progreſſionis ſummam artificialiter reperire.

Progreſſionem uocamus, quando omnium locorum ſibi proximorum differentiæ ſiue exceſſus ſunt æquales. Numera itaq; loca quot habeat tua progreſſio, & talem numerũ locorum nota, iunge etiam primum locum ultimo, quod quidem coniunctum etiam nota. Neceſſe eſt autem, quod ad minus alterũ illorum notatorum ſit par. Ipſum igitur quòd par eſt quodcunq; ſit illud media, et medietatem p̄ reliquum multiplica, et productum exiens oſtendet tibi ſummam totius progreſſiõis. Huius demonſtratio habetur ex Iordano.

Dici conſueuit tres uarias eſſe progreſſiones ſecundum numerũ triũ medietatum Arithmeticã, Geometricam, et Armonicam. Potiſſime tñ ea progreſſio dicitur, quæ naturam medietatis Aritmeticæ tenet. Sed cum termini ſint ad placitum inſtituentium, placet et nobis oẽs has uocari progreſſiones. Arithmeticam namq; dicimus progreſſionem, qñ ſemper proximus ſequens locus precedentem ſuperat æquali differentia, ita quod æqualiter ſe excedant. Exẽplum 2.4.6.8.10.etc. Geometria autem eſt, qñ exceſſus non ſunt æquales, ſed tam exceſſus quàm termini ſeſe conſequenter habent in eadem proportione. Sed Armonica dicitur, qñ eadem proportio eſt maioris termini ad minorem, qui eſt exceſſus maioris ſuper medium, ad exceſſum medij ſuper minorem, Vt 5, 9.45 : et illa ſolũ in trib. terminis fieri habet. Ideo per additionem eorum faciliter cognoſcitur ſumma. De prima autem progreſſione iam dictum eſt, Igitur tantum de ſecunda, ſcilicet Geometrica reſtat ponere regulas. In dupla progreſſione, terminum minimum à maximo deme, & quod ſupereſt,

Digitized by Google

maximo iunge, & exibit ſumma totius. In tripla uero mi=nimum auffer à maximo, & reſidui medietatem ad maxi=mum adde. In quadrupla dempto minimo de maximo reſi=dui tertia pars maximo adiecta, totam ſummam efficiet. In quintupla poſtquam ablatus eſt minimus à maximo, eius quod manet quartam partem ſuper ipſum maximum adde. Et ſic conſequenter proportionabiliter de conſequentibus ſe cundum hunc ordinem age.

DE EXTRACTIONE RADI= cis quadratæ.

Cuiuſcunq; numeri quadrati uel maximi quadrati ſub nu=mero propoſito contenti radicem quadratam extrahere.

Scripto numero per ſuas differentias, & tracta linea de orſum, ut in diuiſione, ſignabis ſuperius per puncta, primam, tertiam, quintam etc. ſcilicet omnes differentias in impari=bus locis poſitas, tot enim erunt figuræ in radice quam queris, quot ſunt differentiæ punctis ſignatæ in numero pro poſito. Et iam ſolum ſub differentijs ita ſignatis oportet digi tos reperire, ut dicetur. Incipe itaq; ſub figura ultimo pun=cto ſignata, ibi inuenies digitum, qui ductus in ſe deleat id quod ſupraponitur loco ei in quo eum inuenies, uel deleat in quantum uicinius poteſt. Talis autem digitus ad maximum poteſt eſſe nouenarius, ad minimum unitas. Quo reperto ſcri be eum ante lineam uerſus dextram, ut in diuiſione fieri ſo=let, & ipſo in ſe multiplicato, & producto à ſuprapoſito lo=co inuentionis ſuæ detracto, & ſuprapoſito cancellato, reſi=duum ſi quod fuerit reſcribas ſuperius. Deinde digitum in=uentum duplabis, & duplatum ſcribas ſub proxima figura uerſus dextram ante locum inuentionis digiti. Quo facto

ſub proxima figura ante duplatum, inuenias unum digitum qui ductus in duplatum deleat ſuprapoſitum duplato. Deinde ductus in ſe deleat ſuprapoſitum loco in quo quæris eum, uel ut uicinius poteſt. Et in digiti talis inuentione utere ingenio dicto circa modum diuidendi, Quo reperto ſcribe eum ante digitum prius inuentum, & facta multiplicatione eius in duplatum, & producto ſubtracto à ſupra-poſito duplati, et ipſo in ſe ducto, et ablato à ſuprapoſito loco ſuæ inuentionis cancellatis ſuprapoſitis, et reſiduis ſi fuerint reſcriptis ſuperius, dupla digitum iam inuentum, et duplatum eius pone ſub proxima figura uerſus dextram ante locum, in quo inuentus eſt, et duplatum prius anteriora per unam differentiam, et ſi quid ibi in duplato ſecundo creuit ultra digitum in locum articuli ipſum addas cum primo duplato anteriorato. Poſt iterum ſub proxima figura ante duplata inuenias digitum, qui ductus in duplata deleat ſupra poſitum duplatorum, et ductus in ſe deleat ſuprapoſitum loco inuentionis ſuæ, uel ſicut uicinius poteſt. Et ſi quandoq; contingeret quod nullus digitus poſſet reperiri, tunc in ordine digitorum inuentorum ponenda eſt cifra, ſub proxima figura ante locum inuentionis, et poſtea fiat anterioratio duplatorum priorum, nec ceſſandum eſt à talis digiti inuentione deſcriptione .in duplata, et ſeductione et duplatione, ac duplatorum anterioratione, donec ſub primam numeri propoſiti ſit peruentum, et ibi repertus fuerit digitus qui ductus in omnia duplata deleatur ſuprapoſitum duplatorum, et ductus in ſe, deleat totum reſiduum numeri propoſiti, uel in quantum id uicinius fieri poteſt. Quibus ita peractis. Ordo digitorum inuentorum eſt radix quadrata numeri poſiti

ſi nihil

ſiti ſi nihil manſit ſuperfluum, ſi uero quid remanſit, tunc eſt redix quadrata maioris, quadrata ſub numero propoſito contenti, qui quidem quadratus reſurget, ſi tale ſuperfluum dempſeris à numero propoſito, prouenit etiam ſi radicem inuentam in ſe multiplicaueris, & illud in locum probationis accipere potes.

Breuiorem *tamen probationem aduerte. Accipe probam numeri, cuius radicem queſiuiſti, quam uocabis primam, Item accipe radicem, & eam in ſe multiplicato, producti quoq; probam elice, quā uocabis ſecundam, ſi numerus primo propoſitus quadratus fuerit, ſi uero non fuerit quadratus probā reſidui quod manſit extracta radice ad probam immediate præcedentem coniunge, & collectum loco probæ ſecundo tenere memorum tamen quæ ſuo pacto ſi opus ſit, tandem ex probis inuentis unam alteri compara ſi enim inæquales fuerit erroris commiſiſti te accuſabis.*

Exemplum.

Pro *primo digito, & puncto.*

```
1.    .    .
5 4 7 5 6        (2
4
```

Pro *ſecundo digito, & puncto.*

```
1   1   8
5   4   7   5   6        (23
    4
1   2   9
```

Pro tertio digito:

1					
.	1	8.		.	
5	4	7	5	6	(234
		4	6		
	1	8	5	6	

CVIVSCVNQVÆ NVMERI CVBICI PRO poſiti uel maximi cubici ſub propoſito numero contenti radicem cubicam extrahere.

Scribe numerũ talem per ſuas differentias, et ante primã trahe lineã rectam deorſum, et ſuperius per pũcta ſignabis, primam, quartam, ſeptimam, decimam, & ſic conſequenter eas ſcilicet omnes poſt primam in locis millenariorum poſitas, tot enim habebis figuras in radice, quot erunt numero differentiæ talibus punctis ſignatæ. ſolum etiam ſub differencijs ita punctatis oportet digitos, ut dicetur, reperire. Incipe itaq; ſub figura per ultimum punctum ſignata, & ibi inuenias quendam digitum qui ductus in ſe cubice deleat ſuprapoſitum loco inuentionis ſuæ uel quanto uicinius fieri poteſt quem repertum ſcribe ante lineam in directo numeri propoſiti, & ipſo in ſe cubice ducto à ſuprapoſito loco inuentionis ſuæ ſubtrahe productum, ſuprapoſitum cancellando & reſiduo ſi fuerit reſcripto, digitum inuentum triplabis, triplatũq; ſcribe ſub tertia figura uerſus dextram ante locum inuentionis digiti. Deinde ſub proxima figura ante triplatum inuenias digitum, qui una cum priori digito reperto in locum articuli poſito, ductus in triplatum, & poſt ſe ſolo ductus in

productum deleat ſupra poſitum triplati, & deinde ductus in ſe cubice deleat ſupra poſitum reſpectu loci inuẽtionis ſuæ, uel fiat hoc quantum uicinius fieri poterit, ſi non totum ſupra poſitum ſic poteſt deleri, Quia tamen tota difficultas eſt in digiti inueſtigatione, ut igitur id facile tibi fiat tali utere ingenio. Pone punctũ loco digiti ſub prima triplati & prius inuentum digitum uerſus ſiniſtram à puncto, & multiplica triplatum in id quod de ſignificatiuis ſub ipſo ſcriptum eſt ordine debito multiplicandi, deinde uidebis quotiens productũ talis multiplicationis contineatur in ſupra poſita triplati, ac ſi diuidere uelles, nam digitus quotiens tale repreſentans ueriſimiliter, uel proximæ minor eo eſt digitus queſitus, eum igitur pone loco puncti, & ipſum ſimiliter duc in triplatũ & productũ priori iunge producto, bene tamen aduertendo debitum ſitum multiplicationis, & iã in totale productũ multiplica digitum ſe ſolo, & quod prouenit cõpara ad ſupra poſitum triplato, nã ſi maius eſſet ſupra poſito digitus eſſet nimis magnus, & ſic ſumendus eſſet proximo minor, & ſecũ agi ut iã dictum eſt. Quando itaq; tale productum non eſt maius ſupra poſito, tunc deinde digitum in loco inuentionis ſuæ duc in ſe cubice, & productũ iunge priori producto, non tamen mutando ſitum principiorum talium productorũ ita ſcilicet quod ſecunda producti ex digito in ſe cubice iungantur ad primã prioris producti, & aliæ in ordine ſuo. Et ſi illud productum ultimarum eſſet maius ſupra poſito loco inuentionis digiti & triplato, tunc ad huc ille digitus fuiſſet nimis magnus. Ideo oportet minorem proximo accipere. Et ita librando inueſtigabis, donec digitum debitum habeas. Inuento igitur digito ſcribe eum ante digitum prius inuentũ,

& facta multiplicatione eius una cum priori digito in triplatum, & post eius ſolius in productum, & deinde in ſe cubice & productis, ut iam dictum eſt, bene conbinatis, & totali ultimate producto à ſupraposititis loco inuentionis digiti, & triplato ſubtracto cancellatis ſupra poſitis, & reſiduo (ſi eſt) reſcripto, tripla digitum iam inuentum, & triplatum ſcribe ſub proxima tertia figura uerſus dexteram à loco inuentionis eius, & triplatum prius ſcriptum per duas differentias eſt anteriorandum, bene conſirando, quod ſi quid in triplato ſecundo creuit in locum articuli, quod ipſum addas cũ prima triplati anteriorati. Quomodo facto, iterum ſub proxima figura ante triplata modo & ingenio quod iam dictum eſt inuenias digitum, qui una cum prioribus digitis inuentis in locis articulorum poſitis ductus in triplata, deinde in productum ipſe ſolus deleat ſuprapoſitum triplatorum, & poſtea ductus in ſe cubice deleat ſuprapoſitum loco inuentionis ſuæ, Vel ſiact uicinius fieri poteſt. Et ſi quandoq; acciderit quod nullus digitus talis poſſet reperiri, ut ſi unitas aſſumpta in talem digitum eſſet, & ultimatum productum eſſet maius ſuprapoſito, tunc in ordine digitorum inuentorum ponenda eſſet cifra ſub tertia figura ante locum inuentionis, et poſtea fiat anterioratio triplati, uel triplatorum per duas differentias, etiamſi quandoq; in opere multitudo numerorum inferius propter digitum inueſtigandum ſcripta faceret tibi confuſionem in ſequentis digiti inueſtigatione, ſcribere deberes in alio loco recenti numeros eos, qui ibi remanent de numero propoſito, una cum triplatis & digitis repertis omnia in debitis ſuis locis ponendo, & ſic pro alio digito inueſtigando inferius locum haberes. Et ſi in numero propoſito ſo=

ſum unum punctum haberes ſub tali, ſufficeret tibi unum ſolum digitum qui ſe in cubice ductus deleret ſuprapoſitum, uel ut uicinius fieri poſſet, reperire. Nec tamen *ſi multa puncta ſunt, ceſſandum eſt à talis digiti inuentione, deſcriptione eius una cum alijs digitis in triplata, & deinde ipſius ſolius in productum, & poſt in ſe cubice ductione & producti ultimati à ſuprapoſitis detractione & triplatione, & triplatorum per duas differentias anteriorationem, donec perueniat ſub primam numeri propoſiti, & ibi ultimo talis digitus ſit repertus, qui una cum omnibus digitis prius inuentis ductus in triplata, & poſt ſolus in productum, deleat ſupra poſitum triplatorum, et deinde in ſe ductus cubice deleat totum reſiduum numeri propoſiti, uel in quantum uicinius poteſt.* Quibus *omnibus ſic, ut prædictum eſt, peractis ordo digitorum inuentorum eſt radix cubica numeri propoſiti, ſi in ultima digiti inuentione nihil remanſit in reſiduo.* Si autem *quid eſſet ſuperflui, tunc eſt radix cubicæ maioris cubi ſuo numero propoſito contenti, qui quidem cubicus prouenit, ſi tale reſiduum à numero propoſito demis.* Prouenit *etiam ſi radicem repertam multiplicaueris in ſe cubice.* Et *illud poteſt tibi loco eſſe probationis.* Si *autem breuius examinare uelis recurre ad probationem extractionis radicum quadratarum quã pœnitus proſequere hoc unico uariato, quod ubi antea proba radicis quadratæ multiplicata eſt in ſe, hic proba radicis cubicæ ducatur in ſe cubice, hoc eſt ſemel in ſuum quadratum, cæteris omnibus more ſuo manentibus.*

ALGORITHMVS DE MINVCIIS.

Minutiarum uulgarium repreſentationem oſtendere.

Digitized by Google

Fractiones uulgares dicuntur, quæ à partibus numeralibus uniformiter ſecundum ordinem numerantur, ut medietas à duobus, tertia à tribus quarta à quatuor, et ſic de alijs. minucia eſt integri pars uel partes. Contingit autem integrũ in quotlibet ſecari partes atq; de eiſdẽ quotlibet repreſentandas eligere. Vnde duobus caracteribus notari fractionẽ quãlibet neceſſe eſt, numeratore, ſalicet & denominatore. Numerator eſt, ĩ quo ſunt tot unitates, quot partes integri ſignificare uolumus. Denominator uero qui totiens habet unitatẽ, quotiens pars denominata eſt in ſuo toto. Solet diſtingui dupliciter minucia in primariã ſ. quæ mox ad integrũ refertur. Et in ſecundariã quę prius aliam fractionem quam integrũ ſuum reſpicit. Primaria duobus caracteribus quos uirgula media unum ſalicet numeratorem ſuperiorem, alium ſalicet denominatorem inferiorem diſiungit, repræſentatur, ut $\frac{1}{2}$ *Secundaria autem paucioribus quatuor ſcribi ne quit, quoniã ad minimum duabus minucijs primarijs conſtat quarum una in recto, alia in obliquo pronũciatur, ut* $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ *uel* $\frac{1}{2}$ *de* $\frac{1}{3}$.

Minucias diſſimilium denominationum ad eandem denominationem communem reducere.

Integra quoq; in minucias et minucias in integra cõuertere. Si minuciæ fuerint primariæ denominatorẽ unum duc in alium, & productum in ſequentem (ſi fuerit) & illud productum iterum in ſequentem, donec ad ultimum uenies productum, aut ultimatum ſtatue denominatorem cõmunem omnibus minucijs propoſitis quem in tot ſcribe locis, quot ſunt minuciæ propoſitæ, totidem uirgulas denominatoribus ſuprapone. Cum autem ſcire uis, quot partes de denominato-

re communi ſint in prima minucia; diuide denominatorem illum communem per denominatorem minuciæ primæ, & numerum quotiens multiplica per numeratorem eiuſdem minuciæ, nam productum erit numerator primæ minuciæ reſpectu denominatoris communis. Similiter de reliquis minucijs age, itaq; per cuiuslibet minuciæ denominatorem diuidas denominatorem communem, & numerum exeuntem in numeratorem multiplices. Vt res cognitu facilior fiat, accipe exemplum. proponuntur minuciæ quas in eadem denominatione communi numerare iuberis, quæ ſunt $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ et $\frac{4}{5}$ duc denominatorem primum i ſequentem 3. ſcilicet in 4. & fiunt 12. item 12. in 5. fiunt 60. denominator communis ipſum ergo ſcribe in tribus locis, (quoniam tres minuciæ tibi propoſitæ ſunt) cum tribus uirgulis ſupra eum poſitis ſic, $\frac{}{60}$ $\frac{}{60}$ $\frac{}{60}$. Poſtea ſi uis ſcire quot partes de hoc denominatore communi ſunt in prima minucia, ſcilicet $\frac{2}{3}$. Diuide 60. per 3. & exeunt 20. quę multiplica per numeratorē eiuſdem primæ minuciæ fiunt 40. tot itaq; partes de hoc denominatore communi ſunt in $\frac{2}{3}$ ſcribe ergo 40. ſupra 60. & urgulam ſic $\frac{4}{6}$ $\frac{o}{o}$ Similiter de cęteris te expedias. Quod ſi minuciæ propoſitæ tantum duæ fuerint, facilius operaberis hoc pacto, multiplica denominatorem unius in denominatorem alterius, & productum teneto pro dēnominatore communi, quem ſcribe in duobus locis cum uirgulis ſuis. Deinde duc numeratorem primæ minuciæ in denominatorem ſecundæ, & productum pone pro nemeratore primæ minuciæ reſpectu denominationis communis, Similiter duc numeratorem ſecundę minucię in denominatorē primæ, et productum pone pro numeratore ſecundę minuciæ. Animaduertendum

tamen eſt, quod ſi denominator unius minutiæ fuerit multi= plex ad denominatorem alterius, potes omittere ſub multipli= cem pro habendo denominatore communi. Item ſi denomina tor unius minutiæ aliam minutiam denominet, ſatis erit, ſi al terum eorum tantum multiplicare permiſeris.

Minutias uero ſecundarias, quæ & minutiæ minutiarũ dici ſolent in minutias primarias conuertes hoc modo, deno= minatorem primum in ſequentem multiplica & productum iterum in ſequentem, et ita conſequenter non omittendo quẽ piam, productum autem ultimatum ſtatue denominatorem cui ſuprapone uirgulam. Similiter age de numeratoribus, pri mum in ſequentem & productum iterum in ſequentem do= nec ad ultimum uenies multiplicando, productumq́; ultimum conſtitue numeratorem reſpectu denominatoris præſcripti, ipſe enim oſtendet quot partes ex denominatore ſint in minu tia ſecũdaria propoſita. Si aũt plures habueris minutias ſecũ darias quãlibet earũ in primariã conuerte minutiam, poſtea conuerſas reduc ad eandem denominationem communem, ut præmiſſum eſt. Et ſi minutiæ primariæ & ſecundariæ minutiæ denomitionem communem reperire iubearis minu= tiam ſecundariam primo in primariam redige minutiam, quo facto, procede ut prius.

Pro conuerſione integrorum in minutias datæ denomi= nationis. Multiplica numerum integrorum per numerum da= tæ denominationis, & productum conſtitue numeratorem ſupra denominatorem datum, ut ſi quatuor integra uelis re= ducere ad quintas, multiplica 4. par 5. & prouenient 20. quatuor itaq; integra faciunt $\frac{20}{5}$.

Minutias autem in quibus numerator denominatore non

eſt minor, ad integra reduces, ſi numeratorem per denominatorem diuiſeris, numerus enim denotans quotiens ſignificabit quot integra minutia tua contineat, & ſi manſerit reſiduũ poſt diuiſionẽ ipſum numerabit partes integri denominatas à diuiſore, ut ſi $\frac{37}{7}$ reducere uelis ad integra, diuide numeratorem 37. per denominatorem qui eſt 7. & erit numerus quotiens 5. remanebunt autem $\frac{2}{7}$ quæ non perficiunt integrũ, habent ſe tamen ad integrum ſicut numerator qui eſt 2. ad denominatorem qui eſt 7.

MINVCIAS PROPOSItas coaceruare.

In minutijs eiuſdem denominationis numeratores ſibi cõiunge, & productum erit numerator minuciæ ex additione uenienda, denominatore priſtino non mutato. Vt ſi uelis addere $\frac{1}{5}$ ad $\frac{2}{5}$ adde 1. ad 2. fiunt 3. quæ erunt numerator reſpectu denominatoris priſtini, qui eſt 5. Si autem fuerint diuerſarum denominationum minuciæ coniungendæ, reduc eas ad eandem denominationem communem, quo facto coniunge omnes numeratores, & aggregatum erit numerator reſpectu denominationis communis. Exemplum, ſi proponuntur $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$ ſibi addendæ, reduc eas ad eandem denominationem communem et habebis $\frac{20}{60}$ $\frac{15}{60}$ $\frac{12}{60}$ Ecce minucias eiuſdem denominationis, coniunge ergo numeratores, & uenient 47. quæ tenebis pro numeratore reſpectu denominatoris communis, ſcilicet 60. audebis itaq; pronuntiare quod $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$ ſibi coniunctæ, faciunt $\frac{47}{60}$ Vel accipe idem per modum alium. Propoſitis duab. minutijs denominatione diuerſis, multiplica denominatorem unius in denominatorem alterius, & productum pone pro denomi-

natore minuciæ futuræ, quam dabit additio. Poſtea numeratorem primæ minuciæ in denominatorem ſecundæ minuciæ multiplica & productum ſerua. Item numeratorem ſecundę minuciæ in denominatorem primæ multiplica, & productū illud priori producto coniunge, aggregatum enim ex eis erit numerator, reſpectu denominatoris, prius ſeruati. Exēplum, Si uis addere $\frac{2}{3}$ ad $\frac{3}{4}$ multiplica 3. in 4. ueniunt 12. denominator ſcilicet. Poſt multiplica 2. in 4. fient 8. Item 3. in 3. fiunt 9. coniunge 8. & 9. erunt 17. numerator ſcilicet. reſpectu denomitoris 12. $\frac{2}{3}$ igitur & $\frac{3}{4}$ coniunctæ faciunt $\frac{1}{1}\frac{7}{2}$ quæ ualent integrum, & $\frac{5}{12}$. Quando uero plures quàm duas minucias colligere tentas, ex primis duabus minucijs unam minuciam facias, deinde ex eadem et tertia unā, & ſic de ſingulis ſi multæ fuerint, donec ex omnibus minucijs unicā conflabis minuciā. Hæc de minucijs primarijs tenem. Minucias aūt ſecundarias in unū colligere uelēs, eas primo in minucias primarias redige, poſt ut prius procede.

PROPOSITAS MINVTIAS
ab alijs ſubtrahere.

Si minuciæ fuerint eiuſdē denominationis ſubtrahe numeratorem minuciæ ſubtrahende à numeratore minuciæ relique, et reſiduū ſi ſit, erit numerator minuciæ relictæ denominatione cōmuni nō mutata. Huius exēplum. Si uis ſubtrahere $\frac{2}{7}$ à $\frac{5}{7}$, ſubtrahe 2. à 5. & manent 3. numerator ſcilicet reſpectu denominatoris prius habite qui eſt 7. Si autem fuerint diuerſæ denominationis reduc eas ad eandem denominationem communem, deinde procede ut prius uerbi gratia. Si iubearis ſubtrahere $\frac{2}{3}$ à $\frac{7}{8}$ reductis minucijs illis ad eandem denominationem habebis $\frac{1}{2}\frac{6}{4}$ & $\frac{2}{2}\frac{1}{4}$ ſubtractis itaq; 16. à 21.

manent 5. numerator ſcilicet reſpectu denominatoris 24. Quod ſi uelis plures minucias ab una uel pluribus ſubtrahere, ex eis, quas ſubtrahere uis unicam conſtitue minuciam, Item eas, à quibus ſubtrahere proponis in unam redige minuciam, quo facto non differt opus à priore. Illud etiam in minucijs ſecundarijs obſeruabis, ut priuſquam ſubtrahas, eas in minucias primarias conuertere coneris.

PROPOSITVM NVMERVM minuciarum dimidiare.

Si numerator minuciæ tuæ fuerit par, medietatem eius fac numeratore de denominatore non mutato. Si uero impar fuerit, duplum denominatoris conſtitue denominatorem, tenendo numeratorem priſtinum.

FRACTIONIS DATÆ duplum aſſignare.

Dupla numeratorem minuciæ tuæ tenendo denominatorem, aut media denominatorem numeratore ſeruato. Cauere tamen oportet circa minucias ſecundarias, ut prius ad primarias reducantur quàm dimidientur aut duplentur,

FRACTIONVM PROPOSITArum unam per aliam multiplicare.

Numeratorē unius per numeratorē alterius multiplica, & productū ſtatue numeratorem, ſub quo ſcribe uirgulam. Item denominatorem unius per denominatorem reliquæ multiplica productumq; pone denominatorem reſpectu numeratoris ante ſeruati. Quod ſi uelis plures minucias per unam uel plures multiplicare, ex illis pluribus, primo fac minuciam unam, ex alijs quoq; unam, ita ut habeas minuciam multiplicantem & minuciam multiplicādam, deinde ut prius

procedes. Iterum te monitum uolo, ut minucias ſecundarias multiplicare non patiaris prius quàm eas in primarias conuerteris minucias, eas etiam ſecundarias in omni opere minuciarum quo ad potes uitare ſtudeas.

Quod ſi numerum integrorum per minuciam extendere iubearis, multiplica numeratorem minuciæ in numerum integrorum & productum erit numerator reſpectu denominatoris quem ipſa tenuit minucia. Si autem integra & minucias per minucias ſolas, aut der minucias & integra multiplicare uelis, conuerte integra ubicunque fuerint in minucias ſimiles minucijs ſibi coniunctis, quibus adde minucias quæ apud integra propoſitæ ſunt, quo facto iuxta ſuperius dictu operaberis. Et ſi quandoque ueniat minutia maior integro conuerte eum in integrū, uel integra, ut facilius numerare poſſis.

DVABVS MINVCIIS PROPOſitis unam per aliam diuidere.

Diuide numeratorem minuciæ diuidendæ per numeratorem minuciæ diuidentis, & denominatorem per denominatorem, & utrunque exiens pone in locum ſuum, & habebis minuciam denominantem quotiens. Quia tamen non poſſumus uti hoc modo, niſi cum diuiſores præciſe aliquotiens in diuidēdis contineatur, quare generalem accipe modum. Numeratorem minuciæ diuidendæ multiplica in denominatorem minuciæ diuidentis, & productum inde conſtitue numeratorem, ſub quo ſcribe uirgulam, poſtea denominatorem diuidendæ duc in numeratorem diuidentis, & productum erit denominator, ſcribe eum itaque ſub numeratore & uirgula. Omnes cautelas de multiplicatione datas hic uolo repetitas breuiter, ut in opere minutiarum nihil diuidit, aut diuidatur niſi minu-

tia primaria fuerit. Quia tamen integra ſæpe numero fractionum operibus ſe ingerunt, perutilem accipe modum. Om*ne integrum quod occurret repreſentabis eo pacto, quo minucias repreſentare ſolemus ponendo uidelicet numerum integri uel integrorum loco numeratoris, unitatem uero loco denominatoris interiecta uirgula.* Hoc *enim unico intercedēte cautiones, quas ante cautiones obſeruari præceptum eſt, paruifacies.* Vt *diuidendo integra per integra diuidendum eſſe minorem diuiſore, tunc oportet integra frangi, cuilibet autem unitati diuiſoris correſpondebit minucia numerata ab ipſo diuidendo, qui eſt minor denominata autem ab ipſo diuiſore, ut diuidendo 5. per 7. cuilibet unitati de 7. correſpondere* $\frac{5}{7}$ *Aliquando autem diuidendus æqualis eſt diuiſori, tunc cuilibet unitati de diuiſore correſpondet unitas de diuidendo.* Quandoq; *autem numerus diuidendus maior eſt diuiſore, & hoc dupliciter accidit, uel enim diuidendus eſt multiplex ad diuiſorem, tunc enim cuilibet unitati diuiſoris integra præciſe correſpondent.* Vel *non eſt multiplex, tunc cuilibet unitati ultra integrum, uel integra correſpondent minuciæ.* Quod *ſi integra & minuciæ diuidendæ ſunt, reduc primo integra & minucias ad idem genus, poſtea age ſicut prius, aut diuide primo integra, & numerum quotiens ſerua, poſtea diuide minucias, & numerum quotiens cum priori ſeruato adde.*

MINVCIÆ PROPOSITÆ RA*dicem quadratam aſſignare.*

Si numerator & denominator quadrati fuerint, pone radicem numeratoris pro numeratore radicis, quam quæris, & radicem denominatoris pro denominato radicis quam extra-

here temptas & factum eſt. Si autem alter eorum non quadratus fuerit, breuiſſimum aduerte modum, denominatori minutæ tuæ præpone theacas ad libitum, quot uis & aggregatum totum pone ad partem cum uirgula ſupraposita, ipſum enim erit denominator radicis quadratæ quam queris. Deinde denominatorem minutiæ præpoſitæ multiplica in numeratorem eiuſdem, & producto propone duplo plures ciphras quam præpoſuiſti denominationi, & totius aggregati quære radicem quadratam, ſecundum doctrinam circa integra datam, eam radicem pone pro numeratore ſupra prius ſeruatum, et habebis intentum. Non tamen animum inducas opinari, ut radicem præciſe inuenire poſſis in hoc caſu. Verum quantũ plures theacas propones tanto uicinior radici ueræ uenies. Vel aliter ſi uelis, & præcaſius potes operari, minutijs propoſitis accipe numerum aliquẽ quencunq; uolueris quem multiplica per denominatorem minutiæ tuæ, & productum facias denominatorem radicis, ſerua igitur eum, deinde numerum acceptum quẽ multiplicaſti in denominatorem minutiæ tuę multiplica per ſe ipſum, & habebis eius quadratum, in quẽ quadratum duc denominatorem minutiæ tuæ cuius radicem quę ris, poſtea totum illud productum multiplica in numeratorẽ minutiæ tuæ, & huius ultimo producti, extrahe radicẽ quadratam quã conſtitue numeratorẽ ſuper denominatorẽ quẽ prius iuſſi ſeruari, & habebis minutiam propinquam ueræ radici minutiæ primo propoſitæ. Quanto autem maiorem numerum primo accipies tanto uicinius radicem attinges. Si habebis integra & fractiones reductis ad eandem denominationem, prouenientis extrahe radicem quadratam, ſicut in integris primo numeratoris, quam pone pro radice numera-

toris tuæ minuciæ, deinde accipe radicem denominatoris, & ipſam pone pro denominatore radicis quam quæris, & habebis radicem quadratam minuciæ propoſitæ, Si numerator & denominator fuerint quadrati, ſi non habebis minuciam uicinam ueræ radici.

PROPOSITÆ MINVTIÆ RAdicem cubicam percunctari.

Radicem cubicam numeratoris pone pro numeratore radicis, & radicem cubicam denominatoris pro denominatore, ſi numerator cubicus fuerit et denominator. Si uero alter eorum nõ cubicus fuerit ſic age, denominatori minucię tuę propoſitæ prępone thecas quotquot uis, & aggregatum ſerua pro denominatore radicis q̃ quæris, poſtea quadratum denominatoris tuæ minuciæ multiplica in numeratorẽ ipſius minuciæ, et producto præpone cifras trip'o plures quã præpoſuiſti denominatori, deinde totius aggregati extrahe radicem cubicam q̃ pone pro numeratore radicis tuæ. Quanquã alij ſunt modi plurimi extrahẽdi radices cubicas de minucijs datis, tamen quam breuiſſimum atq; commodiſſimum perſpexi cæteris omiſſis libuit eligere, qui tamen & ſi radicem non det ueram, ad eam tamen producit te quam proxime, quanto enim plures thecas adicies tanto præciſius operaberis. Aliter, ſi alter non fuerit cubicus multiplica denominatorem in ſe poſtea productum duc in numeratorem, & producti accipe radicem cubicam ſecundum modum de integris datum Hanc radicem ſtatue numeratorem denominatore primo non mutato. Præciſius tamen operari poteris. Accipe numerum quemcunq; quem, multiplica in denominatorem minuciæ tuæ productumq̃, ſerua, ipſum nanq; erit denomina-

tor radicis, deinde numerum acceptum duc in ſe cubice, & eius cubum multiplica in productum ꝙ fit ex ductione numeratoris minutiæ propoſitæ in quadratum denominatoris eiuſdem minutiæ, & totius ultimo producti accipe radicem cubicam quàm præciſe potes, q̃ conſtitue numeratorē ſupra denominatorem prius ſeruatum, Quanto autem numerus acceptus maior fuerit, tanto uicinius uero appropinquabis.

QVASDAM REGVLAS AD INVENIENdum numerum ignotum per notos ſibi proportionatos ſubiungere.

Sciendum quod numerorum proportionalium alij ſunt proportionales proportionalitate continua, alij proportionalitate diſcontinua. Proportionales proportionalitate continua ſunt, inter quos unus terminus eſt conſequēs unius proportionis, & antecedens alterius, ut ſi dicamus, ſicut ſe habet primus ad ſecundum, ita ſecundus ad tertium. Cū itaq; iſtorum numerorum continue proportionalium duo fuerint noti, tertius in noteſcit, hoc modo, multiplicemus terminum communem in ſeipſum, & productum diuidamus per reliquum notum, exibit nanq; tertius quæſitus. Verbi gratia uolo inuenire numerum qui ſic ſeſe habet ad 6. ſicut 6. ad 4. multiplico terminum communem ſcilicet 6. in ſeipſum. & producuntur 36. quæ diuido per 4. & exit numerus, qui habet ſe ad 6. ſicut 6. ad 4. eſt autem numerus ille 9. Quod ſi extremi ſint noti & medius ignotus, multiplica numerum extremorū in reliquū & producti extrahe radicem quadratam, ipſe.n. erit numerus quem quærebas. Numeri uero proportionales proportionalitate diſcontinua ſunt inter quos non eſt aliquis terminus communis qui uidelicet ſit antecedens unius proportionis

portionis et conſequens alterius. Vt *ſi dicamus, ſicut ſe habet primus ad ſecundum, ita tertius ad quartum.*

Cum itaq; primi tres fuerint noti erit quartus notus, hoc modo. Multiplicemus *ſecundum per tertium, & productum diuidamus per primum, exibit enim quartus qui ſic ſe habet ad tertium, ſicut ſecundus ad primum.* Exemplum. Habeo *tres numeros* 6.8.12. Volo *inuenire quartum qui ſic ſe habet ad* 12. *ſicut* 8. *ad* 6. Duco 8. *in* 12. *proueniunt* 96. *quæ diuido per* 6. *proueniunt ſe quæ habent ad* 12. *ſicut* 8. *ad* 6. *utrobiq; .n. eſt proportio ſeſquitertia.* Vel *ſi tertius fuerit ignotus & reliqui tres noti multiplica primum in quartum, & productum diuide per ſecundum, & exibit tertius qui quærebatur.* Aut *ſecundus ignotus ſit, reliqui uero noti.* Duc *primum in quartum, & productum diuide per tertiũ, exibit enim ſecundus.* Item *ſi primus fuerit ignotus, alijs tribus cognitis, duc ſecundum in tertium, et productum partire per quartum, exibitq; primus qui quærebatur,* In *his regulis exercitato uires tuas quo ad poteris quod niſi feceris (crede mihi)* Mathematicæ *diſciplinæ peritus non euades.*

DE REGVLIS.

In Elementis *primis* Arithmeticæ *practicę ſtetimus huc usq;, nunc ad res ſcitu digniores animum applicabimus, quas niſi nacti fuerimus inaniter diem tranſiuit omnis opera.* Quid *enim literas uidiſſe proderit, ſi dictiones contexere nequeas?* Quanti *facies inſtrumentum, ſi non eius calleas uſum?* Adeſto *igitur æquo animo & regulas accipe, ut perneſcas quid ſpei, ſit reliquum poſt hac quod ex* Enigmatibus *afferam.*

Numerorum *quidã ſunt proportionales continue, ex qui*

bus ſcilicet unus eſt conſequens unius proportionis & antecedens alterius, huiuſmodi autem numeri ad minimum poſſunt eſſe tres. Si itaq; duo tantum eorum noti fuerint, tertius notus dabitur hoc pacto, multiplica terminum communem in ſe & productum diuide per reliquum notum exibit enim tertius quem uolebas, in exemplo tres ſunt numeri. 4. 6. A. ignotus quem tibi notum dari uelles, multiplica terminum cõmunem ſcilicet 6. in ſe fiunt 36. quæ diuide per 4. exeunt 9. numerus ſcilicet A prius ignotus. Quod ſi extremi numeri noti ſunt, & medius ignotus multiplica unum extremorum in alium, & producti extrahe radicem quadratam, ipſa enim erit numerus quem quærebas.

Sunt & alij numeri incontinue proportionales inter quos, uidelicet, non eſt qui ſit antecedens unius proportionis & conſequens alterius, ſed primus ad ſecundum ſe habet, ſicut tertius ad quartum, quales ſunt hij 2.3. 4.6. Primis itaq; tribus cognitis quartus, notus ueniet hac uia, multiplica ſecundum per tertium, & productum diuide per primum, exibit enim quartus ad quem ſe habet tertius, ſicut primus ad ſecundum. Exemplum. Tres do tibi numeros 4.6.8. peto quartum, ad quem ſe habent 8. ſicut. 4. ad 6. ſic operaberis, multiplica 6. per 8. fiunt 48. quæ diuide per 4. et exeunt 12. numerus quartus qui petebatur. Aut ſi tertius fuerit ignotus, ex reliqui noti multiplica primum in quartum, et productum diuide per ſecundum, exibit enim tertius quem quærebas. Et ſi ſecundus ignotus reliqui uero noti multiplica primum in quartum diuide productum per tertium et exibit ſecundus. Item primum ignotum ſi ſcire libeat reliquis tribus notis multiplica ſecundum per tertium, et productum

diuide per quartum, exibit enim primus quem ſcire uolebas. Hanc regulã cũ ſuis uarietatibus pleriq; uocant aureã ob ſui utilitatem, alij detri quoniam tres numeros ſupponit notos.

Aliam Regulam quæ prioris filia cenſetur tibi dabo. Si aliquot numeri partiales conſtituunt totum, et alius quidam totus præponitur, de quo totidem partiales ipſum conſtituentes elicere iubearis, ita quod quilibet ex primis partialibus ſe habeant ad ſuum correlatiuum ex ſecundis partialibus ſicut totus numerus, cuius partiales noti ſunt ad reliquum totum. Volo dicere in exemplo. Eſt numerus totus 9. quem conſtituunt tres partiales 2.3.4. Proponitur alius totus 18. ex quo debes elicere tres partiales ipſum conſtituentes, ita quod ad primum eorum ſcilicet 2. ſe habeant, ad ſecundum uero 3. et ad tertium. 4. ſicut 9. ad 18. multiplica 18. per 2. fiunt 36. quæ diuide per 9. exeunt 4. primus partialis de 18. Item multiplica 18. per 3. ueniunt 54. quæ diuide per 9. exeunt 6. ſecundus partialis, tandem multiplica 18. per 4. fiunt 72. ea diuide per 9. et exeunt 8. tertius partialis. Habes itaq; tres numeros partiales 4.6.8. conſtituentes 18. Ad primum autem eorum ſe habent 2. ad ſecundum, tertium et ad quartum ſicut 9. ad 18. Eſt enim ubiq; proportio ſub dupla. In alijs ſimiliter agito. Hæc regula ſocietatum dici ſolita eſt, per ea enim quantum cuilibet ſocio de lucro communi cedat ſecundum capitule ſuum trutinatur.

NVNC AD REGVLAM POSItionis falſæ, quam Arabes Stahaim appellant, attentus ſis uolo.

Principio notare debes numerũ qui in oratione quærentiũ eſt ultimus, Eum uocabis ueram ſolutionem. Deinde ac-

cipe numerum quemcunq; uoles, & eum uocabis poſitionem primam, quo mediante procede penitus, ac ſi ſit numerus quęſitus, qui ſi tandem dabit ueram ſolutionem, ſcies, quod ipſe eſt quem uolebat querens. Quod ſi non dabit ueram ſolutionem, dabit tum aliquem numerum uel minorem uera ratione uel maiorem ea. Si minorē, ſubtrahe eum à uera ſolutione, & reſiduum uocabitur error diminutus. Si autem maiorem, ab eo ſubtrahe ueram ſolutionem, & reſiduum appellabis errorem additum. Huiuſmodi ergo errorem primæ poſitioni ſubſcribe cum ſigno denotãte ipſum fuiſſe additum uel diminutum. Amplius elige numerum alium quemcunq; maiorem uel minorem eo quem propoſitione prima accepiſti, hunc numerum uocabis poſitionem ſecundam, cum quo procede omnino ſicut cum poſitione prima. Et ſi tandem ueram ſolutionem elaborabis, numerus ipſe eſt quem petebat querens. Si autem non occurret uera ſolutio, nota errorem, ut prius, hunc errorem pone ſub ſua poſitione cum ſigno additionis uel diminutionis. Quo facto, multiplica primam poſitionem per ſecundum errorem, & productum ſerua. Item ſecundam poſitionem multiplica per primum errorem, et productum nota, quod ſi ambo errores additi fuerint, uel ambo diminuti ſubtrahe productum minus à maiore, & reſiduum diuide per differentiam errorum & exibit id quæſitum. Si uero unus errorum additus fuerit, & reliquus diminutus, coniunge dua producta, & totum aggregatum diuide per aggregatum duorum errorum, quod itaq; exibit erit quæſitum. Huius exemplum Duo ſocij emere uolunt equum 10. florenorum, neuter tamen eorum ſummam 10. florenorum habet. Dicit primus ſecundo, da mihi $\frac{1}{2}$ de florentis tuis, &

habebo 10 florenos. Secundus recuſat & dicit primo, da mihi $\frac{1}{4}$ de tuis, & equus ueniet mihi. Quæritur quot flore nos uterq; habuit. Sic age. Pone quod primus habeat 3. florenos deficiunt itaq; ei 7. floreni, qui ſunt medietas flore norum, ſecundi quare ſecundus habuit 14. florenos ex hac poſitione. Secundus autem petit $\frac{1}{3}$ de florenis primi, detur ſibi $\frac{1}{3}$ ſalicet unus florenus, & habebit ipſe 15. florenos plus debito, quod ſi ueniſſent 10. numerus primo poſitus 3. ſcilicet eſſet quæſitus, nunc autem quia uenerunt 15. erit error additus 5. quem ſcribe ſub tribus cum ſigno additio nis. Poſtea accipe alium numerum maiorem tribus uel mino rem. quem fac poſitionem ſecundam, & ſit numerus ille 4. & operare ſicut prius, tandem ueniet error additus 3. & $\frac{1}{3}$ hunc ſubſcribe ſuæ poſitioni cum additionis ſigno. De inde multiplica poſitionem primam per ſecundum errorem, fiunt 10. Item ſecundam poſitionem per primum errorem multiplica, uenient 20. quia ambo errores additi ſunt, ſub trahe 10. à 20. manent 10. quem diuide per differentiam errorum ſcilicet $\frac{5}{3}$ exunt 6. Primus itaq; ſociorum 6. babuit florenos à 6. ad 10. ſunt 4. unde 4. floreni fuerunt medie tas florenorum ſecundi qui propter hoc habuit 8. florenos.

NVNC AD ENIGNATA VARIA deſcendamus.

Quorum primum ſit illud, eſt phalanga parieti appodia ta, quæ longitudinem habeat 10. pedum huius Phalange co nus inferior deſcribendo lineam rectam mouetur in paui mento per 6. pedes. Quæritur modo quantum conus ſupe rior in pariete deſcendit. Sic age, numerum Phalangæ in ſe multiplica fiunt 100. item numerum ſpatij inferius per

tranſiti per ſe multiplica, fiunt 36. ſubtrahe 36. à 100. manent 64. quære radicem quadratam de 64. ipſe eſt 8. deme 8. à 10. manent 2. Reſpondebis ergo quod conus ſuperior per duos pedes deſcenderit.

Item 4. ſociorum quilibet ponit 36. florenos, qui per annum lucrum reddunt 10 florenorum. Sunt et alij ſocij, quorum quilibet ponit tot florenos, quot ſunt ipſi ſocij, hij lucrantur per annum 10. florenos ut priores. Quæro quot de ſecunda ſocietate ſint ſocij, ita procede, numerum ſociorum primæ ſocietatis multiplica per 36. ſcilicet numerum florenorum, ueniunt 144. de quibus accipe radicem quadratam, quæ eſt 12. dic ergo in ſecunda ſocietate 12. eſſe ſocios.

Item 36. floreni dant lucrum aliquantum, ipſum denique lucrum 81. florenos in proportione priori lucrantur, quæro quantum dicti floreni 36. primo lucrati ſunt. multiplica 36. numerum ſummæ capitalis per 81. ultimum ſcilicet lucrum, ueniunt 2916. ex quibus accipe radicem quadratam 54. et dic, quod 36. floreni lucrati ſunt 54.

Eſt Bombarda cuius orificium 6. pedes habet in diametro, pondus autem Sphæricum quod ipſa iacit eſt 200. librarum, peto des mihi diametrum orificij alterius Bombardæ iacentis 600. libras ſic operaberis. Diametrum orificij datum multiplica in ſe cubice, ueniunt 216. quæ multiplica per 3. fiunt 648. huius numeri quære radicem cubicam et ipſa erit diameter orificij quæ quæritur.

Emi 10. ulnas panni, et $\frac{1}{3}$ pro 6. floren. et $\frac{1}{2}$ quot florenis comparabo 35. ulnas minus $\frac{1}{4}$. Sic age 10. ulnas integras frange in tertias, fiunt $\frac{30}{3}$ quibus ad-

de $\frac{1}{3}$ erunt $\frac{31}{3}$ pro primo numero. Similiter conuerte 6. florenos integros in medietates fiunt $\frac{12}{2}$ quibus adde $\frac{1}{2}$ habebis $\frac{13}{2}$ pro ſecundo numero. Item 35. ulnas integras reduc ad quartas fiunt $\frac{140}{4}$ à quibus ſubtrahe unam quartam, manebunt $\frac{139}{4}$ pro tertio numero. Iam habes tres numeros notos, dic ergo $\frac{31}{3}$ unius ulnæ dant $\frac{13}{2}$ unius floreni quid dant $\frac{139}{4}$ unius ulnæ, multiplica $\frac{139}{4}$ per $\frac{13}{2}$ fiunt $\frac{1807}{8}$ quas diuide per $\frac{31}{3}$ ueniunt $\frac{5421}{248}$. Igitur trigintaquinque ulne minus $\frac{1}{4}$ ueniunt pro $\frac{5421}{248}$ unius floreni ſcilicet pro 21. florenis & $\frac{213}{248}$ unius floreni, & ſi cupis ſcire quid ualeat illa minutia, quæ eſt ultra 21. florenos in denarijs, multiplica numeratorem minutiæ per numerum denariorum ualentium unum florenum. Valeat florenus exempli gratia 305. denarios, multiplica igitur 213. per 305. producuntur 64965. quæ diuide per denominatorem ſcilicet 248. ueniunt in numero quotiens 261, denarij tum $\frac{237}{248}$ unius denarij. Scies itaq; $\frac{213}{248}$ unius floreni ſunt 261. denarij, et $\frac{237}{248}$ unius denarij. Hoc modo iuuabis te in ſimilibus.

Debitor quidam ueniente termino ſolutionis creditori ſuo dat $\frac{1}{3}$ totius debiti, & poſt aliquot dies ſoluit $\frac{1}{4}$ debiti dicens, ſe ad huc obligari ad 13. florenos. Queritur quantum fuit debitum totum. Sic procede, quia ſoluit $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{4}$ debiti, adde $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ debiti fient $\frac{7}{12}$ totius debiti, perſoluit ergo $\frac{7}{12}$ de toto debito, quare adhuc ſoluende ſunt $\frac{5}{12}$ & quia dixit, ſe adhuc obligari ad 13. florenos ſequitur quod $\frac{5}{12}$ totius debiti ſunt 33. floreni. Nunc pone ad regulam $\frac{5}{12}$ totius debiti ſunt 13. floreni, quid eſt 1. ſcilicet

totum debitum, multiplica unum per 13. ſunt 13. quæ diuide per $\frac{5}{12}$ exeunt $\frac{156}{5}$ ſcilicet 31 floreni, & $\frac{1}{5}$ unius floreni. Quod ſi libeat ſcire quid ſit una quinta floreni in denarijs, fac ut prius multiplicando denarios æquiualentes uni floreno per numeratorem minutiæ, & ſunt 305. quæ diuide per 5. exeunt 61. denarij, qui ſunt una quinta floreni.

Sunt duo textores, quorum primus telam aliquantam texere poteſt tribus diebus. Secundus uero tantam perficere poteſt 5. diebus, quæritur in quot diebus ipſi perficient telam ſe iuuantes. Solue hoc modo, ſcias primo quantum quilibet in die uno texat, hoc uidebis, ſi 1. ſcilicet totam telam diuiſeris, primo per 3. dies, nam ueniet $\frac{1}{3}$ & poſtea per 5. dies, ueniet enim $\frac{1}{5}$ totius telæ. Primus ergo faciet $\frac{1}{3}$ ſecundus uero $\frac{1}{5}$ in die uno, Coniunge $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{5}$ fient $\frac{15}{8}$ totius telæ quas ipſi ambo ſe iuuantes uno die texunt. Iam pone ad Regulam $\frac{8}{15}$ totius telæ dant unum diem, quid dat 1. ſcilicet tota tela, multiplicando ſecundum per tertium non exit niſi 1. quare diuide 1. per $\frac{8}{15}$. Veniunt $\frac{15}{8}$ unius diei quæ ſunt unus dies & $\frac{7}{8}$ unius diei. Sed forte ſcire uelis quid ſint $\frac{7}{8}$ unius diei in horis æqualibus. quoniam dies naturalis 24. habet horas, multiplica numeratorem minutiæ, ſcilicet 7. per 24. fiunt 168. quæ diuide per denominatorem 8. ſcilicet, & exeunt 21. horæ. uno igitur die & 21. horis perficient telam.

Ex duobus curſoribus primus omni die 5. tranſit miliaria, ſecundus uero omni die 7. Cum autem ſecundus iter arripit, primus eum præcedit 35. miliaribus. Quæritur quando conuenient. Subtrahe 5. miliaria à 7. manent

2. Poſt quemlibet igitur diem ſecundus uicinior erit primo in 2. miliaribus. Nunc aptabis ad Regulam 2. miliaria dant 1. diem, quid dant 35. miliaria, multiplica 35. per 1. ſunt 35. quæ diuide per 2. exeunt 17. dies, & $\frac{1}{2}$ diei poſt tantum itaq; tempus conuenient.

Tres ſunt ſocii quorum primus ponit 6. florenos, ſecundus 9. tertius uero 12. hij lucrantur 36. florenos, quæritur quantum cedat de lucro. Collige tres ſummas capitales fiunt 27. quæ pone pro prionumero et 36. pro ſecundo. Cum autem uis ſcire quantum cedat primo, pone ſummam capitalem primi pro tertio numero, & dic 27. dant 36. quid dant 6. multiplica 36. per 5. ſunt 216. quæ diuide per 27. exeunt 8. lucrum primi. Similiter ſi uis ſcire quantum de lucro debeatur ſecundo, pone ſummam capitale ſecundi pro tertio numero, & dic 27. dant 36, quid dant 9. multiplica 36. per 9. fiunt 324. quæ diuide per 27, exeunt 12. lucrum ſcilicet ſecundi. Eodem modo inuenies lucrum tertij. Si autem plures quam tres in ſocietate aliquid lucrarentur, oporteret colligi omnes eorum ſummas capitales, & collectum ponere pro primo numero.

Item tres ſunt mercatores, quorum primus ponit 5. florenos ad 3. menſes, ſecundus ponit 6. florenos ad 4. menſes, tertius 7. florenos ad 5. menſes, hij lucrantur 45. florenos, quæritur quantum unicuiq; de lucro communi debeatur. Quamlibet pecuniam per numerum ſui temporis multiplica & tria producta collige collectumq; pro primo numero pone, lucrum uero pro ſecundo. Poſtea ſi uis ſcire lucrum primi pone productum ex prima pecunia in numerum ſui temporis pro tertio numero, & procede ſecundum

regulam. Similiter de reliquis agr.

Tres ſocij uolunt emere equum uenalem 100. florenis, quorum primus dicit ſecundo, da mihi medietatem pecuniæ tuæ, & habebo pretium equi. Secundus dicit tertio da mihi $\frac{1}{3}$ de tua pecunia & emam equum. Tertius dicit ad primum, da mihi $\frac{1}{4}$ de tua pecunia, & equus ueniet mihi. Quæritur quantum quilibet eorum habuerit pecuniam. Illud Enigma ſoluetur per regulam poſitionis falſæ hoc pacto, accipe pro prima poſitione ad libitum 70. à 70. ad 100. ſunt 30. quæ petiuit primus, 30. igitur ſunt medietas pecuniæ ſecundi ſocij, quare ſecundus habuit 60. Item à 60. ad 100. ſunt 40. quæ petiuit ſecundus. 40. ſunt $\frac{1}{3}$ de pecunia tertij ſocij, tertius itaque habuit 120, ipſe autem petit $\frac{1}{4}$ de pecunia primi demus ei $\frac{1}{4}$ de 70. ſcilicet 17. $\frac{1}{2}$ habebit ipſe 137. $\frac{1}{2}$ debebat autem habere 100. duntaxat, errauit ergo poſitio prima in 37. $\frac{1}{2}$ additis, ſcribe ergo 37. $\frac{1}{2}$ ſub 70. ſcilicet poſitione communi prima cum ſigno additionis, Deinde pro ſecunda poſitione accipe numerum alium, & ſit ipſe exempli gratia 80. ab 80. ad 100. ſunt 20. quæ uolebat primus ſibi dari, et quia petiuit medietatem, erit medietas de pecunia ſecundi 20. quare tota pecunia 40. Item ſecundus petiuit $\frac{1}{3}$ de pecunia tertij, quoniam uero à 40. ad 100. ſunt 60. $\frac{1}{3}$ de pecunia tertij ſunt 60. quare tota eius pecunia fuit 180. ex hac poſitione ſecunda, Tertius aut poſcat ſibi dari $\frac{1}{4}$ de pecunia primi $\frac{1}{4}$ de 80. eſt 20. quibus additis ad 180. ueniunt 200. debebat autem uenire 100. Vnde conſtat poſitionem ſecundam erraſſe in 100. additis, ſcribe ergo 100 ſub 80. poſitione, ſcilicet ſecunda cum ſigno additionis. & operando ſecundum regulam mul=

tiplica poſitionem primam per ſecundum errorem producun tur 7000. Item ſecundam poſitionem per primum errorem multiplicando fiunt 3000. horum duorum productorum minus à maiore ſubtrahe, manent 4000, quæ ſeruabis. Poſtea ſubtrahendo errorem minorem à maiore, manent $\frac{125}{2}$ per quas diuide prius ſeruatum exeunt 64. poſitio, ſcilicet uera quam quæſiuiſti. Primus itaq; ſociorum habuit 64. nunc conſequenter ſcies quantum ſecundus habuit hoc modo à 64. ad 100. ſunt 36. quæ ſunt medietas ſecundi, quare ſecundus habuit 72. amplius à 72. ad 100. ſunt 28. tertia ſcilicet pars de pecunia tertij, unde tertius habuit 84. In reliquis huius materiei ſimiliter operaberis.

ALGORITHMVS DE PROportionibus.

INtellectu præſenti plura narrabo. Primo terminorum notificationem. Secundo, ſpecierum diuiſionem. Tertio, additionis materiam. Quarto, ſubtractionem, Quinto duplationem. Sexto mediationem. Septimo, Multiplicationem. Octauo, regulas generales. Quantum ad primum, notu. Proportio eſt duarum quantitatum eiuſdem generis, certa habitudo, ut patet quinto elementorum Euclidis, Et iſtud ſatis eſt manifeſtum per Campanum commentatorem Euclidis loco præallegato, & ſic in commento proportio definita eſt. Sed eam reſtringendo ad numeros ex Arithmetica Iordani poteſt ſic definiri. Proportio eſt duorum numerorum unius ad alterum certa habitudo. Et non credas iſtam habitudinem terminorum eſſe diſtinctam à terminis ſed eſt termini ad inuicem illo modo ſe habentes. Se

cundo nota, *Omnis proportio uel eſt æqualitatis uel non. Si æqualitatis, talem facit quilibet numerus cum ſeipſo, uerbi gratia,* 2. *ad* 2. 3, *ad* 3. *omnes æqualitatis proportiones conſtituunt. Si autem inæqualitatis talem faciat unus cum alio.* Exempli *gratia* 4. *cum* 3. *&* *hoc duplicatur, uel maior numerus præponitur, ut* 4. *ad* 3. *tunc maioris inæqualitatis dicitur, uel minor numerus præponitur, tunc minoris inæqualitatis dicitur.* Tertio *nota, quod minoris inæqualitatis eſt eiuſdem denominationis ſicut maioris, ſolum quod ei additur ſub exemplum* 6. *ad* 4. *dicitur ſeſquialtera,* Sic 4. *ad* 6. *ſub ſeſquialtera.* Quarto *nota quod maioris & minoris inæqualitatis in repræſentatione ſeu in ſcribendo differunt in hoc, ſcilicet quod denominator uel fractio maioris inæqualitatis ponitur infra lineam minoris autem inæqualitatis ponitur ſupra uirgulam.* Exemplum Seſquialtera *ſic repreſentatur* 1. $\frac{1}{2}$ *Subſeſquialtera ſic* 1. $\frac{2}{1}$ *Et illud quod dictum eſt de ſeſquialtera, idem etiam intelligas de qualibet alia ſpeciæ proportionis.*

Quantum ad ſecundum ſciendum, quod quinq; ſunt ſpecies proportionis, ſcilicet multiplex, ſuperparticularis, ſuperpartiens, multiplex ſuperparticularis, multiplex ſuperpartiens, Prima *ſpecies ſcilicet multiplex habet fieri, quando unus terminus multotiens continet alium præciſe, ad quem ipſe proportionatur.* Exemplum 4. *ad* 2. *dicitur multiplex, ideo nam* 4. *continet* 2. *multotiens præciſe, quia bis.* Secunda *nota in iſta ſpecie proportionis ſimplicem habent denominationem, ut dupla à dualitate, tripla à ternario.* Tertio *nota pro inuentione minimorum terminorum in iſta ſpecie æqualitatis in propoſitis terminis quibuſcunq;, proportio=*

nem iſtius ſpeciei habentibus, tunc terminus iſtam proportionem denominans cum unitate, dicit minimos terminos illius proportionis, Exemplum 8. ad 4. eſt dupla, uolo ergo iſtius habere terminos minimos, tunc capio illam proportionem denominantem ſcilicet 2. dico quod cum. 1. faciet talem proportionem, ſcilicet duplam, et ſunt minimi termini iſtius proportionis. Alia ſpecies dicitur ſuperparticularis, & fit quando unus terminus continet alium ſemel, & cum hoc partem eius aliquotam. Exemplum, 6. ad 4. eſt ſuperparticularis, quia 6. continet 4. ſemel & cum hoc 2. que eſt pars aliquota de 4. Et ſic pars aliquota dicitur, quæ aliquotiens ſumpta reddit præciſe ſuum totum. Exemplum 2. dicitur pars aliquota de 6. quia ter ſumpta reddit ſuum totum ſcilicet 6, Tertio nota, quod iſta ſpecies denominatur ab integro ſcilicet, unitate, & à fractione, ſcilicet medietate ſic ſcribendo 12. ſeſquitertia ſic 13 ſeſquiquarta, 14. Quarto nota quòd ſeſquialtera dicitur à ſeſqui, id eſt, totum & altera, quia maior continet minorem ſemel & primam eius partem, ſic eodem modo dicitur ſeſquitertia, quia maior continet minorem, & cum hoc tertiam eius partem. Quinto nota minimos terminos ſub illa ſpecie, ut inuenire ualeas denominationem proportionis ſeſquialteræ uel ſeſquitertiæ. Et primo ſeſquialteræ capias primum terminum qui poteſt diuidi in 2. æqualia, quæ ſunt duo, quæ ponas pro primo termino, & addas medietatem, ſcilicet unitatem, & ſic erunt tria quæ facias maiorem, et circa iſtius denominationis ſeſquialteræ habebis minimos terminos, ſcilicet 3. & 2. Si autem ſeſquitertiæ uis inuenire, primum terminum capias primum numerum tertiam habentem partem, ſcilicet 3.

& ſit minor terminus, tertiam partem addas, et erunt 4. & fiat terminus maior, & ſic habebis 4. & 3. ubi eſt proportio ſeſquitertia, & ſunt minimi termini ſub illa ſpecie.

Alia ſpecies dicitur ſuperpartiens, & fit quando aliquis terminus continet alium ſemel, & cum hoc aliquam eius partem non tamen aliquotam. Exemplun 5. ad 3. *nam 5. continet 3. ſemel, & cum hoc 2, quæ non eſt pars aliquota minoris.* Et *pars non aliquota dicitur, quæ quotienſcunque ſumitur nunquam præciſe reddit ſuum totum, ut docet exemplum datum, nam quotienſcunque 2. ſumuntur, nunquam præciſe reddunt. 3. ſed ſemper plus uel minus.* Nota *quod iſta ſpecies denominatur ab integro & fractionibus, ut 5. ad 3. facit proportionem ſuperbipartientem tertias.* Et *dicitur ſuperbipartiens, quia ultra trinarium continet duas unitates, et dicitur tertias, quia unitatum quælibet eſt tertia pars numeri minoris, & debet ſcribendo ſic repræſentari* $1.\frac{2}{3}$ *Similiter aliæ proportiones iſtius ſpeciei habent per iſtum modum ſcribi, ut 7. ad 4. qua dicitur ſupertripartiens quartas,* $1.\frac{3}{4}$ Et *dicitur ſupertripartiens quia continet ultra quaternarium 3. & quartas, quia quælibet unitas eſt quarta pars minoris numeri.* Nota *regulam, ſi uis inuenire minimos terminos ſub iſta ſpecie, Scribas primo ſecundum doctrinam poſitam, illam denominationem proportionis, & denominationem fractionum, ponas pro termino minore, deinde eundem denominatorem duc in numerum integrorum, ſcilicet 1. & ſic erunt tria, cui pro ducto addas numeratorem fractionum ſcilicet 2. et erunt 5. quare dicitur bipartiens, & tertias, ut prius dictum eſt,*

& ſic habebis minimos terminos illius proportionis. Eodem modo aliarum denominationum. Exempli gratia, quod & minimos terminos poteris inuenire per Regulam prædictam ſub iſta ſpecie contentarum, ut ſi ſuperbipartiens quartas ac minimos terminos quoq; habebis, Nam ſequar Regulam de inuentione minimorum terminorum. Ibi ſcribe denominationem ſic, 1. $\frac{2}{4}$ & ponas denominationem ſcilicet 4 pro minori termino, deinde eundem ſcilicet 4. duc in numerum integrum, ſcilicet 1. & huic producto adde numeratorem fractionum ſcilicet 2. & erunt 6. quæ ponas pro termino maiori, & ſic 6. ad 4. deberent eſſe. Exemplum, & deberent eſſe minimi termini, modo hoc eſt falſum, quia 6. cum 4 facit ſeſquialteram proportionem, quia 6. continet 4. ſemel, & cum hoc alteram eius partem præciſe.

Nota pro iſto regulam. Quandocunq; numerator & denominator ſunt numeri pares, tunc iſtius denominationis ſub iſta ſpecie non habebis terminos, et ratio eſt, quia ex iſta paritate ſemper exceſſus fit, quo maior terminus excedit minorem, eſt ſemper paritas aliquota minoris numeri. Et quandocunq; ita eſt, tunc talis denominatio cadit ſub ſpecie ſuperparticularis, ut patuit in declaratione notabilis prioris, ſed ſemper oportet quòd numerator et denominator ſint diſſimiles ſic ſi unus eſt numerus par, alter eſt numerus impar.

Nota regulam. Quandocunq; numerator eſt maior denominatore, tunc denominationis ſub iſta ſpecie non habebis terminos. Exemplũ iſtius denominationis ſuper quadripartientis tertias ſecundũ de inuentione minimorum terminorum deberent eſſe 7. & 3. Modo hoc iterum eſt falſum, quia 7.

cum 3. facit duplam ſeſquitertiam, ut patebit hoc ex defini-tione multiplicitatis ſuperparticularis.

Nota numerum ducere in numerum, nihil aliud eſt, quàm unum numerum multiplicare per alium, & ſic in ſe ducere, eſt in ſeipſum multiplicare, ut habetur in Algorithmo de integris.

Nota numerus ille dicitur numerator, qui ponitur ſupra uirgulam. Numerus autem infra uirgulam denominator dicitur, quare autem unus numerator, & alter denominator dicitur, patet in Alguritbmo de minutijs. Exemplum $\frac{2}{3}$ hic binarius dicitur numerotor, trinarius autem denominator nuncupatur.

Alia ſpecies dicitur multiplex ſuperparticularis, & fit quando unus terminus uel numerus continet alium multoties, & cum hoc partem eius aliquotam. Exemplum 10. ad 4. Nam 10. continet multotiens 4. ſcilicet bis & tum hoc $\frac{1}{2}$ quæ eſt pars aliquota numeri minoris, quia dicitur dupla ſeſquialtera. Notu, quod iſta ſpecies denominatur ab integris & fractione, & ſcribendo habet ſic repręſentari 2. $\frac{1}{2}$ tertia ſeſqualtera ſic $\frac{1}{2}$ quadrupla ſeſquialtera 4. $\frac{1}{2}$.

Nota regulam de minimis ſub iſta ſpecie reperiendis terminis, ponas denominatorem fractionis pro termino minori, & eundem denominatorem duc in numerum integrorum, & huic producto addes numeratorem fractionis, hoc totum ponas pro termino maiori. Exemplum, ſi uis duplæ ſeſquitertiæ, quæ ſic ſcribitur 2. $\frac{1}{3}$ minimos terminos habere, pone 3. denominatorem fractionis pro termino minori. Deinde eundem denominatorem 3. duc in numerum inte-

rorum

grorum ſcilicet 2. & fiunt 6. cui producto addas numeratorem ſcilicet 1. & fiunt 7. quæ tria faciunt duplam ſeſquitertiam, & ſunt minimi termini. quod dicitur dupla, patet, quia maior ſcilicet 7. continet minorem, ſcilicet 3. bis & cum hoc unitatem, quæ eſt tertia pars minoris. Eodem modo facias de alijs omnibus.

Alia ſpecies dicitur multiplex ſuperpartiens, & fit quando aliquis terminus continet alium multotiens, & cum hoc eius partem non tamen aliquotam. Exemplum 8. ad 3. facit regulam ſuperbipartientem tertias. Nam 8. continet 3. bis, et ideo dicitur dupla, & ultra 3. binarium, & ideo dicitur bipartiens, & quia quælibet unitatum eſt tertia pars minoris, ideo dicitur tertias. Nota iſta ſpecies denominatur ab integris & fractionibus, & ſcribendo debet ſic formari ſeu repreſentari, ſcilicet dupla ſuperbipartiens tertias ſic $2\frac{2}{3}$ tripla ſuperpartiens ſic $\frac{2}{3}$.

Et nota regulam de inuentione minimorum terminorum illius ſpeciei quia coincidit cum ſecunda præcedentis ſpeciei, ſic primo ſcribas eius denominatorem cuius minimos terminos habere uolueris, & denominationem fractionum ponas pro termino minori, deinde ducas denominatorem in numerum, integrorum, & huic toti, producto addas numeratorem fractionum, & hoc totum ponas pro termino maiori, & ſic totum factum eſt. Exemplum Regulæ prædictæ, duæ Regulæ ſunt notandæ pro iſta ſpecie ſuperbipartienti, Quarum prima eſt, quod numerator & denominator non ſint numeri pares ſed ſemper ſi unus eſt par, alter ſit impar. Secunda Regula, quod numerator non ſit maior denominatore. Exempla harum regularum ſuperius patent. Quantum ad tertiũ nota,

quod additionis proportio eſt antecedentis & conſequentis per antecedens & conſequens multiplicatio, uel denominationis unius proportionis per denominationem alterius multiplicatio.

Nota antecedens proportionis dicitur numerus primo propoſitus, Sed conſequens dicitur numerus ſecundo propoſitus. Exemplũ 6. cum 4. faciat proportionem ſeſquialteram, & ibi 6. dicitur antecedens 4. uero conſequens. Et uniuerſaliter in qualibet proportione ſemper primo loco poſitus, dicitur antecedens, Secundo loco poſitus, dicitur conſequens.

Nota in additione duæ proportiones requiruntur. Si igitur uis addere proportionem proportioni ſcribas ambas per ſuos numeros, & tunc antecedens unius proportionis multiplica per antecedens alterius, productum ſtatue antecedens. Item conſequens unius proportionis multiplica per conſequens alterius, & productum facias conſequens, et ſic exibit una proportio ex illis duab. compoſita. Exemplum ſit dupla ſcilicet 8. ad 4. quam addere uelis triplæ, ſcilicet 6. ad 2. multiplica antecedens unius, ſcilicet 8. per antecedẽs alterius, ſcilicet 6. & fiunt 48. deinde conſequens per conſequens ſcilicet 2. per 4. & fiunt 8. & ſic dico quod 48. ad 8. quæ eſt ſextupla, reſultat ex additione dupla ad triplam. Et ſic eodẽ modo ſit de oĩbus proportionibus ſiue fuerint eiuſdem ſpeciei ſcilicet multiplicis, ſuperparticularis, ſiue diuerſarũ, Et ſic ſufficienter habes, quomodo additio ſurgit ex antecedentis per antecedens conſequentis per conſequens multiplicationem.

Nota aliũ modum addendi. Quod ſi proportionem proportioni uolueris addere, capias ipſarum denominationes, & uide an quelibet proportio denominetur ab integro, uel inte=

gris uel nõ, Si ab integro uel integris, ubi idẽ eſt modus agen di, tunc capias minimas has denominationes, & multiplica unum per reliquum, & productum denominabit tibi propor tionem reſultantem ex additione iſtarum. Exemplum ſit du pla quæ additur triplæ, & numerus primã denominans eſt 2. quod multiplica per 3. numerũ ſecundam denominantẽ, et ſunt 6. quæ denominat proportionẽ reſultantẽ ex illarũ addi tione. Si aũt non denominantur ab integris, ſed à fractione uel fractionibus, tunc reducas integra ad fractiones, et mul tiplica numeratorẽ per numeratorem, & productũ fiat an= tecedens, deinde denominatorẽ per denominatorem et produ ctũ fiat cõſequens. Exẽplum, ut ſit ſeſquialtera, quæ ad ſeſ= quialteram addi debet, ex quo ſeſquialtera denominatur ab integro & $\frac{1}{2}$ ut ſic ſcribendo 1 $\frac{1}{2}$ reduc integrũ ad ſecun= das, & erunt duæ ſecundæ, quas addas primę, & habebis ex toto $\frac{3}{2}$ pro denominatore ſeſquialteræ. Similiter & alte= rius, tunc multiplica denominatorẽ unius, ſcilicet 3. per nume ratorẽ alterius, ſcilicet 3, & erunt 9. eruntq; illius antecedẽs, deinde denominatorẽ unius p denominatorẽ alterius, ſcilicet 2. p 2. fiũt 4. quæ 4. ſunt cõſequẽs. Et ſic fac generaliter ubi ambæ proportiones, non ſolũ ab integris denominantur, ſed à fractionib. Si aũt una denominatur ab integris ſolum, & alia nõ, tunc iterum reduc integra ad fractiones & denomi natorẽ fractionis ponas pro conſequente, deinde numerato= rem multiplica per numerũ integrorũ, & productum facias antecedens. Exẽplum ſit dupla, quæ ſeſquialterę debet addi, tunc priuſquam duxeris integrum ad fractionem, & totum addideris tunc pro denominatione ſeſquialteræ habebis $\frac{3}{2}$ modo et denominationem ponas pro conſequente, et numerũ

denominantem duplam, duc in numeratorem fractionum ſcilicet 3. in 2. & erunt 6. quæ ponas pro antecedente. & ſic dicas quod tripla reſultat ex additione duplæ ad ſeſquialteram, & ſic conſequenter fac.

Quantum ad quartum. Nota ſubtractio proportionis eſt conſequentis unius per antecedens alterius, et econuerſo antecedentis unius per conſequẽs alterius multiplicatio, uel denominationis per denominationem diuiſio, In ſubtractione duæ requiruntur proportiones, ſcilicet ſubtrahenda, et à qua debet fieri ſubtractio, & minor proportio debet ſubtrahi à maiori. Quæ autem proportio dicatur maior uel minor? Iordanus in ſua Arithmetica *dicit, quod proportio dicitur minor, cuius numerus ipſam denominans eſt minor, & maior cuius maior, & æqualis cuius æqualis, totum, hoc uerum eſt quo ad integra, Sed in fractionibus, tunc ſcias, quod nõ tanto fractio minor, quanto denominator maior, Sed proportio non ideo dicitur maior, imo minor, ut ſeſquitertia minor eſt, quàm ſeſquiſecunda.*

Si uolueris unam proportionem ſubtrahere ab alia, multiplica conſequens proportionis, à qua debet fieri ſubtractio, per antecedens ſubtrahende, & productum ponas pro conſequente, & antcdens à quo debet fieri ſubtractio per conſequens ſubtrahende, productum ſtatue pro antecedente, & factum eſt, Exemplum *ſi duplam, ſcilicet 4. ad 2. ſubtrahis à ſextupla, ſcilicet 12. & 2. multiplica conſequens, ſcilicet 2. maioris proportionis, ꝑ antecedens, ſcilicet 4. minoris proportionis, productum ſcilicet 8. ponas pro cõſequente, deinde multiplica antecedens maioris, per conſequens minoris 2. & exibunt 24. quæ ponas pro antecedente, & ſic habebis*

4. ad 8. quæ eſt tripla, quare dupla, ſubtracta à ſextupla, remanebit tripla. Ex quo conclude quod ſubtractio eſt additionis probatio & è conuerſo. uel aliter ſi uis ſubtrahere duplam, à ſextupla, tunc diuide numerum proportionem denominantem maiorem, ſcilicet 6. per numerum proportionum numerorum, ſcilicet 2. & numerus quotiens erit 3. qui proportionem poſt ſubtractionẽ denominabit, ut ſupra dictũ eſt.

Nota de ſecundo modo ſubtrahendi. Exempla omnium ſpecierum bene poſſunt dari. Sed pro nunc aliquarum ſpecierum non do exempla, ſcilicet ſuperparticularis & ſuperpartiens, ideo quod denominatio imparium non ſit ſolum ab integris, ſed à fractionibus, ſed ſic in additione iſtarum ſpecierum denominationem unius multiplicas per denominationem alterius poteſt integrum ad fractiones, ita & hic fac pro diuiſione, & ſic ſemper, quod ſubtractio unius proportionis eſt additioni probatio.

Quantum ad quintum nota, duplatio eſt conſequentis primo in ſe, ſecundo in antecedens, & antecedentis in ſe ductio. Nota duplare proportionem eſt aliam duplam inueſpire. Si uis igitur aliquando duplare ſcilicet duplam 4. ad 2. quã duplare prætendis, nunc duc primo conſequens, ſcilicet 2. in ſe erunt 4. in antecedens, ſcilicet 4. & erunt 8 quæ 8. ponas extra, antecedente 4. prius ſeruata uerſus ſiniſtram, deinde antecedens ſcilicet 4. duc in ſe, & erunt 16, quæ iterum ponas ante 8. uerſus ſiniſtram. Et ſic dico ꝙ 16. ad 4. eſt dupla duplæ, Hoc probatur, quia hic ſunt tres termini continue proportionales, & qualis eſt proportio primi ſuper ſecundũ, talis eſt ſecundi ſuper tertium & eſt dupla ad quamlibet illorum, conſequentia eſt Euclidis decimam diffinitione quinti

elementorum ſuorum, & ſic quadrupla dicitur dupla duplæ, Hoc totum patet in figura ſequenti ſatis clare

9. 6. 4.	36. 12. 4.
3 2	6 2.

Quãtum ad ſextum nota. *Mediatio proportionis eſt inter terminos ipſius proportionis unius termini inuentio, quæ æqualem tam cum antecedente quàm cum conſequente facit proportionem.* Nota *omnis proportio poteſt mediari, licet non quo ad integra, modo mediare aliquam proportionem, quo ad fractionem magnæ eſt difficultatis, paucæ autẽ utilitatis, ideo de tribus ſuperſedeo. Si igitur uelis aliquam proportionem mediare, duc numerum minorem in maiorem & uideas an productum ſit numerus quadratus uel non, Si nõ, tunc proportionem propoſitam per integra non uales mediare, ſed bene per fractiones. Si autem numerus propoſitus fuerit quadratus, quod optime poteris comparari* Algorithmo *de integris, capitulo nono de radicum extractione quadratorum, tunc illius numeri quadrati radicem ponas pro termino medio inter terminos proportionis, & ſic præciſe fiat proportio primi ſuper ſecundum, & ſecundi ſuper tertium, & ideo quilibet erit media proportio propoſitæ proportionis.* Exemplum *ſit proportio quadrupla. ſcilicet* 8. *&* 2 *quæ debet mediari, duc terminum minoris, ſcilicet* 2. *in terminum maioris, ſcilicet* 8. *et fiet* 16. Vide *ut docet* Algorithmus *de integris; ſubtrahendo quadratæ radicis, ſi ſit quadratus, et uide quæ ſit radix eius, et eſt* 4. *quæ ponas pro medio termino terminorum proportionis propoſitæ, ut ſic,* 8. 4. 2. *et ſic dico, quod quelibet illorum eſt medio proportionis propo=*

ſitæ, Et quod quadrupla eſt, dupla duplæ, quia componitur ex duabus duplis.

Aliud exemplum. Sit proportio dupla ſeſquiquarta, ſcilicet 9.1.4. duc 9. in 4. et erunt 36. et uideas an ſit quadratus, et uides quod ſic, et radix eius eſt 6. quæ ponam ad medium terminorum proportionis propoſitæ, ſcilicet 9.6.4. Et ſic dico quod ſeſquialtera, eſt medietas duplæ ſeſquiquartæ, et ſic fac de omnibus alijs medietatibus.

Nota, ſi uolueris ſcire an bene in duplatione operatus ſis, tunc media, et ſi proueniat eadem proportio, tunc bene erit. duplationis mediatio, et mediationis duplatio eſt probatio.

Quantum ad ſeptimum nota. Multiplicatio in proportione ita Regulariter non habet locum ut aliæ ſpecies, ſcilicet, Additio, Subtractio. Ratio eſt, quia multiplicatio recipit unitates tam multiplicantis quàm multiplicandi ſic, quod multi. ſecundum quodlibet ſui ducatur in quodlibet multiplicandi, modo hoc ita congrue non habet locum in proportionibus. Sed cum multiplicante proportionis ſufficit, quod propoſitam proportionem quancumq; poteris duplare, triplare, quadruplare, & ſic in infinitum. Pro quo nota Regulam, & eſt tenendum. Si uolueris proportionem duplare, hoc dictum eſt in loco ſuo. Si autem uolueris triplare eam, dupla primo eam, et poſtea duc conſequens duplandæ in omnes terminos duplatæ, & poſtea antecedens duplandæ in primum antecedens duplatæ, & factum eſt, quia tunc habebis 4. terminos continuæ proportionales, igitur primi ſuper quartum eſt quadruplatus ad quamlibet earum conſequentia eſt Euclidis in undecima diuiſione

quinti elementorum ſuorum. Exẽplum ſit ſeſquialtera. $1\frac{1}{2}$ quam uis triplare, ſcilicet 3. 2. tunc dupla primo eam ut dictũ eſt, ſcilicet ducendo conſequens, ſcilicet 2. in ſe, & fiet 4. quæ ponas extra, deinde duc in antecedens, ſcilicet 3. & fiet 6. q̃ ponas iterum extra antecedens 4. uerſus ſiniſtrã, deinde duc antecedens ſcilicet 3. in ſe, & fiet 9. quæ iterum ponas ante prius poſitum, & ſic iam habebis terminos ſcilicet 9. 6. 4. quorum duo extremi ſcilicet 9. & 4 faciunt duplam proportionem proportionis propoſitæ. Nunc uero duc conſequens duplæ duplandæ, ſcilicet 2. in omnes terminos duplatæ primo in 4. & fiunt 8. quæ ponas ſupra 4. deinde in 6. & fiunt 12. quæ ponas ſupra 6. deinde in 9. & fiunt 18. quę ponas ſupra 9. deinde antecedens duplandæ ſcilicet 3. duc in primum antecedens duplatæ, ſcilicet 9. & fient 27. quę ponas ante 18. & ſic habebis 4. terminos continue proportionales, ideo exempli duo faciunt triplam ad quamlibet illarum intermediarum.

Nota eodẽ modo habes facere ſi uolueris habere, quadruplã, duc iterũ conſequens duplãdæ, in oẽs terminos triplatæ, et poſtea antecedens duplãdæ. ſ. 3. in primũ antecedẽs triplatæ et factum eſt, qa tunc habebis 5. terminos. Sed ſi uolueris quintuplã iterũ duc conſequens duplãdę in oẽs terminos quadruplatæ, et poſtea antecedens duplandę in primũ antecedẽs quadruplatę et factum eſt, quia tunc habebis 6. terminos. Et iſta ſunt omnia manifeſta inſpicienti, et calculari uolenti.

Nota licet ſolum unius ſpeciei, exemplum datum eſt manifeſte, tamen cuiuslibet ſpeciei exemplum dari poteſt, Sed hic pro præſenti propter tædium dimitto, exemplum eſt figura præſens.

Digitized by Google

81	54	36	24	16
	27	18	12	8
		9	6	4
			3	2

Quantum ad octauum, nihil pro nunc dico quia diuiſio in proportionibus quemadmodum coincidit cum mediatione, recte ſicut multiplicatio cum duplatione, Ideo ſi aliquid uis de diuiſione habere, collige tibi ex dictis.

Quantum ad nonum. Nota prima regula eſt hæc, propoſitis quibuſcunq; terminis, uis ſcire an ſint minimi termini, aut nõ uideas an ſit dandus aliquis numerus qui ſit pars aliquota utriusq; numeri uel nullius. Si nullus ſit dandus præter unitatem, dic tales minimos eſſe terminos alicuius ſpeciei. Exemplum, Sint duo termini uel numeri propoſiti 7. 5. Nam illorum terminorum nulla eſt pars aliquota commu=nis, dic illos minimos eſſe terminos alicuius denominationis, et ſic facias de alijs omnibus. Si autem aliquis numerus præ=ter unitatem ſit dandus qui eſt pars aliquota utriusq;, dic quod non ſint minimi termini, Sed uideas quotiens illa pars aliquota contineatur in termino minori ſerua, numerum quo=tientem pro termino minori. Inſuper uideas, quotiens contineatur in termino maiori, iterum terminum quotientem ponas pro numero maiori, et tunc illos duos terminos quotientes, dic eſſe minimos terminos alicuius ſpeciei. Exemplum ſicut iſti duo termini 14. et 8. conſidera iſtarum partem aliquotam communem, ut eſt 2. uideas ulterius quotiens 2. contineatur in termino minori, ſcilicet 8. et numerus quotiens eſt 4. quem ponas pro termino minori, deinde uideas quotiens eadem pars aliquota contineatur in termino maiori, hoc eſt, tantum dictũ

diuide terminum maiorem, ſcilicet 14. *per* 2. *et quotiens fiet* 7. *quam ponas pro termino maiori, et tunc dico quod minimi termini iſtius proportionis quæ eſt inter* 14. *et* 8. *ſunt* 7. *et* 4. *et quæcunq; proportio eſt inter* 7. *et* 4. *etiam eſt inter* 14. *et* 8. *Et hoc idem uult* Euclides *in proportione quindecima quinti commenti elementorum ſuorum, ubi dicit, multiplicium et ſubmultiplicantium eadem eſt proportio.*

Nota aliqui dicunt, quod inter 14. *&* 8. *ſit proportio ſuperſexte partiens octauas, & ratio ipſorum eſt, quia* 14. *continent* 8. *ſemel & cum hoc* 6. *unitates, quarum quælibet eſt octaua pars minoris termini, ſed male dicunt, ut per* Euclidē *loco præallegato patet,* Et *patet etiā nā ſint* 7. *ad* 4. *eſt ſupertripartiens quartas,* Ideo *quod* 7. *continet* 4. *ſemel et* 3. *unitates, quarum quælibet eſt quarta pars minoris, quare* 14. *&* 8. *ſupertripartiens quartas debet appellari.*

Secunda regula propoſitis terminis quibuſcunque duobus, & uis ſcire an ſint minimi termini, uel non, ſubtrahe minorem à maiore, et iterum minorē à maiore toties quoties quod ultimo in ueneris ad unitatem, uel non, ſi ad unitatem, ſcias quod termini propoſiti erant minimi alicuius denominationis, Exemplum 9.5. *faciunt proportionem* $1\frac{4}{5}$ *& ſunt minimi termini patet, nam ſubtrahe* 5. *à* 9. *et remanebunt* 4. *quibus iterum ſubtractis à* 5. *manebit* 1. *Ecce quomodo in ſubtractione deuenitur ad unitatem,* Ideo *ſunt minimi termini, conſequentia,* Euclidis *eſt infra ſeptimi elementorum.* Et *patet etiam in prius dictis, quia illorum duorum numerorum nullus eſt dandus qui eſt pars aliquota utriuſque.* Si *autem nō deuenies ad unitatem, ſed aliquando totus ſurgit, tunc uide quis numerus ultimo ſubtrahitur, ſic quod ad illius ſubtractio-*

nem totus ſurgit, per illum, eundem numerum diuides termi=nos propoſitos, iterumq́; quotientem minoris ponas pro ter=mino minori, et quotiẽtem maioris pro maiori. Et ſic dic illos quotiẽtes minimos eſſe terminos illius denominationis cuius fuerit termini propoſiti. Exemplum 25. 15. faciunt propor=tionem ſuperbipartientem, et non ſunt termini minimi quod patet. Nam ſubtrahantur 15. à 25. manebit 10. Subtrahe iterũ 10. à 15. manebit 5. quæ 5. dum ſubtrahas à quinq;, ſurgit totalis numerus. Ex quo 5. ultimo ſubtrahitur & tol=lit totum, uideas ergo quotiens 5 contineatur in 25. & ui=des quod ter, & illum 3. ponas pro termino minori. ulterius uide quotiens contineatur in 15. & uides quod quinquies illum quinarium ponas pro termino maiori, et ſic 5. et 3. fa=ciunt talem proportionem qualem faciunt 25. & 15 & ſunt cum hoc minimi termini illius denominationis, & quic=quid dicit una, hoc dicit & reliqua, licet ſub alijs uerbis. Et illæ duæ regulæ ſunt generales, & multum utiles ad inue=niendum propoſitis terminis quibuſcunq;, an ſint minimi.

Regula ad inueniendum quorumcunq; terminorum pro=poſitorum proportionis denominationem, & hæc propoſi=tis terminis quibuſcunq;, modo ſi ſint æquales, planum quod denominatio eſt, æqualitatis, Si autem unus fuerit maior alio, diuide maiorem per minorem, & ſi maior præciſe ſur=git, tunc eſt de ſpecie multiplicati, & numerus quotiens præ=ciſe denominat porportionem. Exemplum ſint termini pro=poſiti 12. 4. tunc diuide 12 per 4, et præciſe ſurgit, ex quo tunc numerus quotiens eſt 3. talis proportio tripla denomi=natur. Si autem maior numerus non præciſe ſurgit, uel ali=quid remanebit, tunc uide an numerus remanens ſit aliquota

pars minoris numeri uel non, ſi ſic, tunc numerus quotiens et numerus remanens denominat proportionem, Exemplum, *ſubtractis 4. de 10. tunc numerus remanens, erit 2. & numerus quotiens etiam erit 2. remanens autem numerus, ſcilicet 2. eſt pars aliquota minoris numeri, ſcilicet altera, & ſic dico, quod 10. ad 4. facit duplam ſeſquialteram.* Si autem numerus quotiens non fuerit pars aliquota minoris numeri, tunc iterum numerus quotiens & numerus remanens denominabit proportionem, Exemplum, Si 11. ſint diuiſa per 4. numerus quotiēs erit 2. & numerus remanens 3. cuius quælibet unitas eſt quarta pars minoris numeri, ideo dicitur dupla ſupertripartiens quartas.

Alia regula. Si uolueris in quo & in quartum una proportio excedit aliam, ſiue quo ad integra, ſiue quo ad fractiones, tunc ſubtrahas unā ab alia, & remanēs eſt quod quæris.

Alia regula. Proportio multiplicatorum multas habet ſpecies & habet fieri ſecundum numerum progreſſionum, ut dupla, tripla, quadrupla, & ſic de cæteris.

Alia regula. Proportio ſuperparticularis etiam habet multas ſpecies, & iſta ſecundum deſcenſus fit ſecundum uariationem denominationis fractionis, ut ſeſquialtera, ſeſquitertia, ſeſquiquarta.

Alia regula. Proportio ſuperpartiens & multas habet ſpecies, & igitur poteſt eſſe eius deſcenſus, primo ex parte denominationis, ſecundo ex parte utriusq;. Exemplum ſuperpartiens tertias, & $\frac{2}{3}$ ſuperpartiens quartas, ſuperpartiens quintas, ſeptimas, nonas, undecimas.

Alia regula. Multiplex ſuperparticularis multas habet ſpecies, & igitur eſt aſcenſus. Primus ex parte numeri integris

ſolummodo. Secundus ex parte denominationis ſolum. Tertius ex parte utriusq; aut dupla ſeſquialtera, tripla ſeſquitertia quadrupla ſeſquiquarta.

Alia regula. Multiplex ſuperpartiens etiam multas habet ſpecies, & triplex eſt aſcenſus. Primus fit ex parte denominatoris fractionum, Exemplum dupla ſuperbipartiens tertias, dupla ſuperbipartiens quartas, dupla ſuperbipartiens, ſeptimas, dupla ſuperbipartiens nonas. Secundus ex parte numeri integrorum. Exemplum dupla ſuperbipartiens tertias, tripla ſuperbipartiens tertias, quadrupla ſuperbipartiens tertias, & ſic de cæteris. Tertius ex parte utriusq;. Exemplum, dupla ſuperbipartiens tertias, tripla ſupertripartiens quartas, quadrupla ſuperbipartiens ſeptimas, Alius aſcenſus fieri poteſt ex parte numeratoris fractionum, ut dupla ſuperquadripartiens quintas, dupla ſupertripartiens ſeptimas, & ſic de aliis huius.

GENERATIONES PROPORTIONVM.

Si multas duplas proportiones habere uolueris, accipias in una linea numeros ſecundum naturalem Ariſtotelicam progreſſionem, & in alia numeros excedentes ſe in binario inuicem, & comperietur primus primo, ſecundus ſecundo, tertius tertio, & habebis infinitas tales proportiones. Si uis habere tales proportiones triplas, accipiatur in una linea numerus naturalis, & in alia numerus in ternario ſe excedentes, ſecundum ordinem, & fac ut prius. Similiter ſi uolueris habere quadruplas, accipe in una linea numerum naturalem, & in alia accipe unnierum in quadrinario ſe excedentes ſecundum ordinem, & fac ut prius. Item pone multos numeros naturales in una linea, ut ſic 1.2.3.4.5.6. &c.

compara ſecundum primo, et habebis duplam proportionem, & tertium primo compara, & habebis triplam, & ſic ſemper aſcendendo.

Generatio ſupertripartiicularium eſt, & primo ſeſquialteræ proportionis. accipiantur omnes numeri excedentes ſe in binario, ut 2 4.6.8.10. in una linea. In alia excedentes ſe in ternario, ut 3 6.9.12.15. &c. et compara eos inuicem. Si autem uolueris habere ſeſquitertiam, diſpone primo ordine plures numeros in ternario ſe excedentes. Secundo autē ordine in quaternario ſe excedentes, & ſic ſuo modo fac de ſingulis proportionibus ſuperparticularibus. Si alicuius ſpeciei ſuperpartientis plures terminos habere uolueris fac ſecundum doctrinam Boetij, illam, ſcilicet, ſi uolueris habere plures ſuperbipartientes alicuius ſpeciei, tunc numeros primi ſuperbipartientis duplica, & erit ſuperbipartiens, & conſequenter prædictos etiam duplicando, & etiam erit huiuſmodi ſecundæ in infinitum duplicando, Si autem uolueris habere plures ſupertripartientes, primas ſupertripartientes triplicato, ſcilicet 7. & 4. & huiuſmodi naſcentur.

Generatio autem horum in confuſo ſic fit, accipiatur numerus naturalis in una linea incipiendo à ternario, & in alia omnes numeri impares incipiendo à quinario, & comperietur primus primo, ſecundus ſecundo.

Generatio autem multiplicium ſuperparticularium talis eſt, accipiatur in una linea numerus naturalis à binario incipiendo, & in alia accipiantur omnes numeri impares incipiendo à 5. & comperietur primus primo, ſecundus ſecundo, & ſic de alijs, ut 5. 7. 9. 11. 13. &c. Si autem in ſpeciali generantur, Si uolueris duplas ſeſquialteras habere fac

ſic, pone numeros pares ſecundum ordinem in una linea incipiendo à binario, & in alia linea impares excedentes ſe in 5. quorum quinarius ſit primus. ſi autem triplos ſeſquialteros habere uolueris, pone primam lineam, ut ſupra, duplam autem incipe à 7. & eius numeri omnis in ſeptenario ſe excedentes & ordine primus primo, ſecundus ſecundo &c. Item in quadruplis ſeſquialteris primam lineam pone, ut ſupra, in ſecunda autem linea 9 ſit primus, & omnes ſe excedentes in 9. eius numeri. Item in duplis ſeſquitertijs in prima linea pone ſuper numeros in 3. ſe excedentes quorum ternarius ſit primus, ut dictum eſt. Secunda autē linea ſic ordinetur, ut eius numeri ſe in 7. excedant quorum ſeptenarius ſit primus duplí autem ſeſquiquarti ſic generantur quod omnis eius numeri in prima linea, in quarta ſe excedant, et quaternarius ſit primus. In ſecunda autem omnis ſi in 9. excedant, & ſit quinarius primus. Tripli autem ſeſquitertij ſic generantur 3.6.9.12. in ſecundo 10.20.30.40. &c. Item quadrupli ſeſquiquarti, ſic 4.8.12. alia linea 17.34. 15. Alia hac ſimilia, quæ omnia uenuſte habes circa præcedentem Algorithmum, igitur ſufficiant.

DE PROPORTIONIBVS EX ELEMENTIS EVCLIDIS, PER IOANNEM VOGELIN.

Proportio eſt duarum quantitatum eiuſdem generis, inter ſe habitudo.

Proportio eſt duplex, Rationalis *&* Irrationalis.

Proportio rationalis eſt, quæ denominatur ab aliquo numero, & eſt inter quantitates commenſurabiles.

Proportio Irrationalis *eſt, quæ non denominatur ab aliquo numero, & eſt inter quantitates incommenſurabiles, ut inter coſtam, & diametrum quadrati, quæ aſymmetræ ſunt.*

Proportio Rationalis *eſt duplex, æqualitatis & inæqualitatis.*

Proportio æqualitatis eſt, quando æquale ad æquale comparatur 4. *ad* 4.

Proportio inæqualitatis eſt, qua inæqualia inter ſe conferuntur, ut 8. *ad* 4.

Proportio inæqualitatis eſt duplex, maioris inæqualitatis, & minoris.

Proportio maioris inæqualitatis eſt, quando maior quantitas comparatur ad minorem, ut 4. *ad* 2.

Huius quinq; ſunt ſpecies. Multiplex, ſuperparticularis, ſuperpartiens. Multiplex ſuperparticularis. Multiplex ſuperpartiens.

Multiplex eſt, quando maior continet minorem plus quàm ſemel, ut 12. *ad* 3. *Hæc creſcit in infinitum.*

Nam alia eſt dupla, alia tripla &c.

Superpartialaris eſt, quando maior continet minorem, & inſuper aliquam eius partem. Et hæc decreſcit in infinitum. Sunt eius ſpecies, ſeſquialtera quando maior continet minorem, & minoris dimidium, Quod ſi ultra ſummam minoris maior continet eius tertiam partem, uocatur ſeſquitertia.

Superpartiens eſt, quando maior continet minorem, & aliquot partes. Quot ſi continet duas tertias, uocatur ſuperbipartiens tertias, ut 5. 3. Si tres quartas, ſupertripartiens quartas, ut 7. 4.

Multiplex ſuperpartialaris eſt, quando maior continet minorem, plus quàm ſemel, & inſuper aliquam eius partem. Quod ſi continet eum bis & eius dimidium, dupla ſeſquialtera uocatur, ut 5. 2. Si ter & tertiam partem, tripla ſeſquitertia, ut 10, 3.

Multiplex ſuperpartiens eſt, quando maior continet minorem plus quàm ſemel, & aliquot præterea partes. Quod ſi continet eum bis, & duas tertias, uocatur dupla ſuperbipartiens tertias, ut 8. 3. Si ter & tres quartas, tripla ſupertripartiens quartas, ut 15. 4.

Proportio minoris inæqualitatis eſt, quando minor quantitas comparatur ad maiorem, ut 2. ad 4. Et eius tot ſunt ſpecies, quot maioris inæqualitatis, neq; differunt ab illis nomine, niſi quod uocabulis proportionem maioris inæqualitatis additur præpoſitio ſub, ut ſub multiplex 2. 4. Subſuperparticularis. 2. 3. &c.

Denominatio proportionis, minoris quantitatis ad maiorem eſt pars uel partes, ut denominatio proportionis inter

Digitized by Google

3. & 5. eſt $\frac{2}{5}$ & inter 2. 4. $\frac{1}{2}$

Denominatio proportionis, quantitatis maioris ad minorem eſt totum, uel totum & pars, uel totum & partes, ut denominatio proportionis 4. ad 3. eſt 1. $\frac{1}{3}$

Termini proportionis, ſunt minimi numeri in aliqua proportione, ut proportionis ſeſquialteræ termini ſunt 3. 2. quibus minores in hac proportione reperiri non poſſunt.

PROPOSITIO PRIMA.

Numeros datæ proportionis ad terminos eius reducere,

Diuidatur maior numerus per minorem, & minor per reſiduum diuiſionis prioris, & reſiduum primæ diuiſionis per reſiduum ſecundæ diuiſionis, fiatq; talis reciproca diuiſio, donec occurrat aliquis numerus, qui diuidendum totum conſumat. Deinde per hunc numerum ultimo occurrentem, diuide utrosq; numeros proportionis datæ, qui exeunt ſunt minimi numeri, hoc eſt, termini eius proportionis. Vt numeri proportionis quæ eſt inter 30. & 18. ſic rediguntur ad terminos proportionis. Triginta diuidantur per 18. & relinquentur 12. per quæ diuidantur 18. & relinquentur 6. per quæ rurſus diuidantur 12. & conſumentur. Per hunc ergo ſenarium diuidantur numeri dicti ſcilicet 30. & 18. exibuntq; 5. 3. termini ſcilicet proportionis datorum numerorum.

Hic animaduertendum, quod ſi in tali reciproca diuiſione ad unitatem perueniretur, ipſos datos numeros eſſe terminos, neq; poſſe minores reperiri.

SECVNDA PROPOSITIO.

Cuiuſcunq; proportionis datæ denominationē inuenire.

Si proportio data fuerit maioris inæqualitatis, diuide maiorem numerum per minorem, & numerus qui exit, denominatio eſt proportionis datæ. Si uero proportio data fuerit minoris inæqualitatis, ſuperpone minorem maiori interiecta uirgula, more minutiarum uulgarium, & habebis denominationem. reducendi tamen ſunt numeri ad terminos per præcedentem, ſicubi opus fuerit.

TERTIA PROPOSITIO.

Si unus numerus duos multiplicet, erit multiplicatorum & productorum una proportio.

Vt 3. & 2. multiplicentur ſenario, & prouenient 18. & 12. eandem cuſtodientes proportionem quàm 3. & 2. Similiter ediuerſo. Si unus numerus, duos diuidendo utrunq; conſumat, erit diuiſorum & quotientum una proportio, ut 6. conſumit 18. & 12. exeunt quotientes 3. & 2. in eadem proportione.

QVARTA PROPOSITIO.

Proportionem proportioni addere.

Multiplicentur antecedentes proportionum datarum in ſe, & deinde conſequentes in ſe, producti numeri cuſtodient proportionem compoſitam ex duabus datis, ut proportio 3. ad 2. ſit addenda proportioni 4. ad 3. Multiplico primo 3. & 4. antecedentes in ſe, & prouenient 12. deinde 2. & 3. id eſt, conſequentes in ſe, & proueniunt 6. Inter 12. igitur & 6. eſt proportio compoſita ex duabus datis proportionibus ſcilicet 3. ad 2. & 4. ad 3. Nam multiplicetur antecedens unius proportionis in conſequentem alterius, ut 3. in 3. proueniunt 9. qui ſtatuantur inter 12. & 6,

hoc modo 12.9.6.

In his itaq; tribus numeris uides dictas duas proportiones. Nam 12. ad 9. eſt proportio, ſicut 4. ad 3. & 9. ad 6. ſicut 3. ad 2. quod patet reducendo eos ad terminos per primam huius.

QVINTA PROPOSITIO.

Proportionem à proportione ſubtrahere.

Antecedens maioris proportionis multiplicetur in conſequentem minoris. deinde conſequens maioris in antecedentem minoris, duo numeri producti, cuſtodient proportionem reſiduam, ut 4. ad 3. proportio ſit ſubtrahenda à proportione 3. ad 2. facio ergo ut dictum eſt, & relinquitur proportio 9. ad 8. Nam multiplicetur antecedens maioris in antecedentem minoris, & productum ſtatuatur ante dictos numeros hoc modo 12. 9. 8. Non ne 12. ad 8. proportio eſt ſicut 3. ad 2. à qua ſi abieceris proportionem 12. ad 9. id eſt, 4. ad 3. relinquitur proportio 9. ad 8.

SEXTA PROPOSITIO.

Quotlibet proportiones eiuſdem denominationis continuare.

Quærantur per primam, datæ proportionis termini. Et pro duabus continuandis, ducatur antecedens datæ proportionis primo in ſe, deinde in conſequentem, poſtremo conſequens in ſe; tres numeri producti duas cuſtodiunt proportiones ſimiles datæ. Verbi gratia. Sint duæ ſeſquialteræ continuandæ. Proportionis ſeſquialteræ termini ſunt 3. et 2. Multiplico igitur 3. in ſe, deinde in 2. Poſtremo 2. in ſe, et naſcuntur numeri 9. 6

4. cuſtodientes duas ſeſquialteras. Si tres ſeſquialteræ fuerint continuandæ, ducatur maior terminorum in tres modo inuentos, et minor terminus in ultimum, et exorientur 4. numeri tres ſeſquialteras ſeruantes, ut 3. multiplicati in 9. 6. 4. generant 27. 18. 12. et binarius in 4. ductus procreat 8. ſicq; ſunt producti quatuor numeri 27. 18. 12. 8. cuſtodientes tres ſeſquialteras. Si quatuor ſeſquialteras continuare placuerit, ducatur maior terminus in quatuor iam nunc inuentos, et minor terminus in poſtremum, et habebis quinque numeros, quatuor ſeſquialteras continuatas retinentes, ut 81. 54. 36. 24. 16.

FINIS.

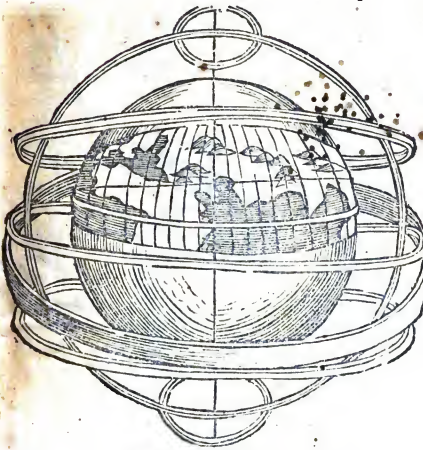
Venetijs per Ioan. Anto. de Nicolinis de Sabio. Sumptu uero D. Melchioris Seſſæ. Anno Domini M D XXXVIIII. *Menſe Ianuario.*

1401064


DISSIMILIVM·INFIDA·SOCIETAS·

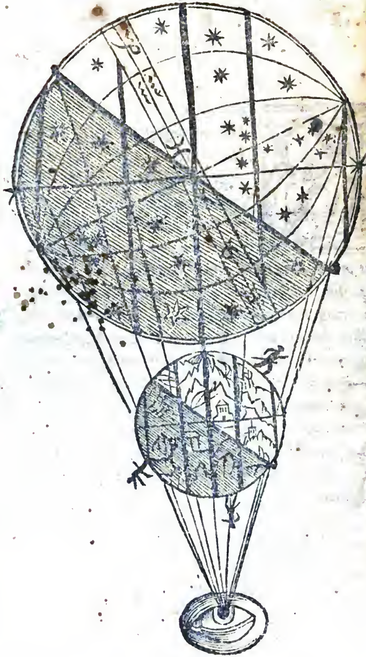
COSMO
GRAPHIÆ INTRODVCTIO

*cum quibuſdam Geometriæ ac Aſtro=
nomiæ principijs ad eam
rem neceſſarijs*



M D XXXV.

Digitized by Google



1401065

Digitized by Google

IN QVO DIFFERAT Geographia à Chorographia. Caput. I.

GEOGRAPHIA: *authore Ptolemęo: imitatio eſt picturę totius patris terrę cognitę cum ijs, quæ ſibi quaſi uniuerſaliter ſunt annexa. Differt autem à Chorographia: nam illa per partes loca reſecat, ſeorſumq́; ſingula et unumquodq; iuxta ſe conſtituit, at fermè oîa etiam minutiſſima illa, quę deprehendere poſſimus, deſcribit, ueluti portus, uicos, populos, riuulorum quoq; decurſus et quęcunq; alia illis finitima: ut ſunt, ędificia, domus turres, mœnia, &c. Geographię autem proprium eſt, unam et continuam terrā cum partibus eius præcipuis formula quadam ac picturæ imitatione oſtēdere, quemadmodum ſe habeat natura et poſitione: eaq́; ſolum in omnino deprehenſibilioribus uerſatur deſcriptionibus, ueluti ſinum & ciuitatum magnarum, gentium quoq; fluuiorum, nec non circa ea, quæ ſecundum ſpeciē uniuſcuiuſq; ſunt inſigniora. Porrò finis Chorographicus connexione particulari continetur: ueluti ſi pictor aliquis aurem tantum aut oculum deſignaret pingeretq́;. Geographicus autem contemplatione totius, proportionaliter, ijs qui integrum caput deſcribunt. Nam in pingendi arte ſic fieri ſolet, ut cum corporum ſeu rerum*

ſimulachra deſcribuntur: principalium imagines mem-brorum in primis & neceſſario compaginantur, atque ſub quædam, ſymmetria conſtituuntur, ut ex iuſta di-ſtantia uiſu poſſint diſcerni, an totum ſeu pars ſint illius, quod pingitur. Haud *ſecus fieri contingit geographiæ & chorographiæ*: Hæc *enim partium orbis figuras & imagines, in minimis etiam ſuis particulis depingit, & adamuſſim repreſentat: ita uero conſiderat & deſcri-bit integras prouincias, cum ijs, quæ ad uniuerſalem earum formam ſpectant tanquam præcipuas ac prima-rias orbis terrarum partes, tam magnitudinibus quàm ſymmetrijs ſeu commenſurationibus rite diſpoſitas*. Lo-*corum denique ſitus, quos ex regionibus ſeu prouincijs chorographia tractat: neutiquam congruunt ueris eo-rum poſitionibus, quas in telluris ſuperficie poſſident*. Ipſa *nanque curæ locorum & locandorum qualitatem magis quàm quantitatem uerſatur, quum locorum pe-culiares ſimilitudines omni modo nititur explicare: ſym-metriæ uero poſitionis, locorum, omnem ferè curam & diligentiæ ſtudium negligit*. At *geographia quantitatis plus quàm qualitatis conſiderationem ſibi uendicat: in omnibus enim locorum diſtantijs, iuſtam accuratamq́; proportionis prouidentiam obſeruare ſtu-det: ſimilitudinis uero modicam admodum curam ge-rit, niſi quantum ad extremas illas magnarum par-tium, id eſt præfecturarum ſeu prouinciarum circun-ſcriptiones & figuram attinet: qua de re chorogra-*

phia, pro reddendis locorum ſimilitudinibus pingendi peritia haud parum indiget: nemo enim chorographiam exercere commode poterit, niſi pingendi artificio inſtructus. At Geographia huius artificij neutiquam opus habet: per exiles enim punctos, quibus loca ciuitatesq́; ſignificantur, & ipſorum nominum inſcriptiones conatur indicare, & eorum ſitus, atq; totius terrarum orbis figuram. Propterea Chorographia mathematicæ inſtitutionis penè nihil eget: Geographiæ uero mathematica ſcientia plurimum eſt neceſſaria. In geographia enim conſiderare oportet totius terræ & figuram & magnitudinem: Deinde qualiter cognitæ ipſius telluris ad eam & inter ſe ſuis locationibus diſponuntur. Dicendum præterea & cognoſcendum eſt, quales & quantæ huiuſmodi partes exiſtunt: & quibus cœleſtibus parallelis ſubijciuntur: ex quibus dierum atq; noctium magnitudines nobis palàm fient: & quæ fixorum ſiderum, in quouis loco ſupra uerticem: & quæ ſupra terram, quæq́; infra eam perpetuo uerſantur: & quæcunq; circa quamuis habitationem noſtra complectimur conſideratione. Quæ cuncta ſublimiſſimæ ac pulcherrimæ ſunt ſpeculationis, quum humanis deprehenſionibus, per mathematicas rationes oſtendi poſſit, quo pacto cœlum ipſum natura ſua ſeſe habeat, quoniam nobis magna ex parte conſpicuum eſſe poteſt, cum nos circum ambiat. Terra autem per imaginem, quæ licet certa ſit & maxima, non tamen nos circumambit, neq;

tota ſimul, neq; particulatim ab eiſdem hominibus peragrari poteſt. Hic obiter notandum quod Coſmographiæ ratio Geographiæ uocabulo intelligatur. Coſmographia potius ad Geometriam Aſtronomiamq́; ſeſe inclinat. Nam figuræ, climata, magnitudines, & alia huiuſmodi propria, ſine illarum ſcientia deprehendi nequeunt: coeunt tamen, ſuntq́; adeo inter ſe connexæ, ut alteram ſine altera, utramq; traditam mancam eſſe facile conſtare poſſit periculum facientibus: ſed acutior uidetur eſſe ipſa Coſmographia, quod cum certis quibuſdam axiomatibus utatur, certa ſibiq́; conſtans manet: Geographia cum ſæculorum decurſu, tum uero multifaria illuſtrium ſcriptorum traditione (ut omnia mortalium opera tempus mutat) nec ſemper conſona ſibi, nec certa eſt: quum præter locorum enumerationem, & hiſtoriam addat, & plerunq; quæ ciuitatum, quæ gentium, nationum, populorum origo fuerit, atq; unde data rebus nomina, tum & illuſtria nonnunquam naturæ ſiue miranda opera indicans, in terræ ſitu multo uberior eſſe ſolet. Coſmographia uero quanquam utriuſq;, cæli inquam & terræ rationem habet, & terrena cum cœleſtibus in unum coniungit: magis tamen id curat, ut quibus terræ extantis partibus, quod cœli ſecundum longitudinem latitudinemq́, ſpatium adſit, oſtendat. Nec aliter regiones, oppida, amnes, maria, monteſq́; enumerat, quàm ut uel terminos ſtatuat regionum: quæq́; exordia, & qui fines ſint, enumeret, uel ſub qua cœleſtis

ſuperficiei parte illa uniuerſa ſint demonſtret: hoc propè unicè curans, ut ſub quo cœlo ſita loca, quæ latitudo, quę longitudo, pręterea quę gnomonis umbrarumq́; pro locorum latitudine differentium (unde breuitatis longitudinisq́; dierum ratio manat) diuerſitas ſit intelligatur. Ad hæc quæ locis ſidera uerticalia, quæ in arcton, quæ in auſtrum inclinent, ortusq́, & occaſus eorundem, qui locis diuerſam latitudinem & longitudinem habentibus, uniformes eſſe nequeunt, conſiderat: Interualla, *climata, calores & frigora, & ſimpliciter aeris naturam obſeruat.*

DE QVIBVSDAM REQVISITIS *ad intelligendum* Geographiam. *Cap.* II.

Volens deguſtare negocium illud, in primis Geo*graphicæ diſciplinæ &* Aſt*ronomiæ principia perquirat, ſphæræ ſcilicet circulos cognoſcendo, quibus tota utitur* Geographia*: quod ex ſequentibus breuiſſime expediet quiſq;.*

Diffinitio prima.

Punctus eſt quid indiuiſibile: uel cuius non eſt aliqua pars, quæ uiſu percipiatur.

Diffinitio ſecunda.

Terminus eſt, quod cuiuſq; finis eſt.

Diffinitio tertia.

Linea eſt longitudo illatabilis: cuius extrema ſunt

duo puncta, ſi finita intelligatur.

Diffinitio quarta.

Linea recta eſt, quæ ex æquali ſua interiacet ſigna.

Diffinitio quinta.

Lineæ parallelæ, quæ in eodem exiſtentes plano, contactum non admittunt: etiam ſi in infinitum producerentur. *Lineę parallelę*

Diffinitio ſexta.

Superficies eſt, quæ longitudinem latitudinemq́ tantum habet, cuius extrema quidem ſunt lineæ.

Diffinitio ſeptima.

Superficies plana eſt, quæ ex æquali ſuas interiacet lineas.

Diffinitio octaua.

Angulus planus, eſt duarum linearum in plano ſeſe tangentium: & non in directo iacentium ad alterutram inclinatio.

Diffinitio nona.

Quando autem quæ angulum continent lineæ rectæ fuerunt, rectilineus angulus nuncupatur.

Diffinitio decima.

Cum uero linea recta ſuper rectam conſiſtens lineã utrobiq; angulos æquales ad inuicem fecerit: rectus eſt uterq; æqualium angulorum: & quæ ſuperſtat recta linea, perpendicularis uocatur, ſuper qua ſteterit.

Diffinitio undecima.

Angulus ſphæralis, eſt angulus corporis ſphærici,

Digitized by Google

& diuiditur ſicut angulus ſuperficialis in rectum & obliquum, &c.

Obtuſus



Diffinitio duodecima.

Obtuſus angulus recto maior eſt.

Diffinitio decimatertia.

Acutus uero minor eſt recto.



Acutus

Diffinitio decimaquarta.

Figura ſub aliquo uel aliquibus terminis comprehenditur.

Diffinitio decimaquinta.

Circulus eſt figura plana, una quidem in orbem ducta linea contenta quæ circunferentia ac περιφέρεια appellatur: ad quam ab uno ſigno introrſum medio exiſtante omnes prodeuntes lineæ in ipſiusq́; circuli circunferentiam incidentes ad inuicem ſunt æquales.

Diffinitio decimaſexta.

Centrum, eſt punctus in medio circuli, à quo omnes lineæ ad circunferentiam ductæ inter ſe ſunt æquales.

Diffinitio decimaſeptima.

Dimetiens circuli eſt recta quędam linea per centrum acta: & ex utraq; parte in circuli circunferentiam terminata, quæ circulum bifariam diſpeſcit.

Diffinitio decimaoctaua.

Semicirculus, eſt figura, quæ ſub dimetiente, & ea, quæ ex ipſa circuli circunferentia ſublata eſt, continetur.

Diffinitio decimanona.

Sectio circuli, eſt figura, quæ ſub recta linea, & cir-

culi circumferentia aut maiore aut minore ſemicirculo continetur.

Diffinitio uigeſima.

Rectilineæ figuræ, ſunt quæ ſub rectis lineis continentur, ut trilateræ, quæ ſub tribus rectis continentur lineis: quatrilateræ, quæ ſub quatuor comprehenduntur rectis lineis, &c.

Diffinitio uigeſimaprima.

Solidum eſt, quod longitudinem, latitudinem & craſſitudinem habet. Solidi uero terminus ſuperficies eſt.

Diffinitio uigeſimaſecunda.

Solidus angulus eſt, qui ſub pluribus duabus planis angulis comprehenditur, non exiſtentibus in eodem plano, ad unum ſignum conſtitutis.

Diffinitio uigeſimatertia.

Sphæra eſt orbis effigies: & à Theodoſio ſic deſcribitur: Sphæra eſt ſolidum quoddam una ſuperficie contentum: in cuius medio ſignum eſt, à quo lineæ omnes ad ſuperficiem eiectæ inter ſe ſunt æquales.

DE FORMA MVNDI AC CIRculis ſphærę armillaris, ex quibus omnis coſmographię ratio dependet. Cap. III.

Mundus ſiue coſmus, eſt figurę ſphęricę ſiue rotundę, ut in primis uocabuli ſignificatio docet: orbem enim nominant. Prętereà eam, quod forma

hęc perfectiſſima ſit, maximeq́, capax : principio fineq́ carens, quartam eſſe præcipuam rationem exiſtimant : quod niſi eam mundus formam haberet, in ſe uolui non poſſet: id prohibente natura : Vt in corpore, quod angulos habet, conſpici poteſt : quum enim id attollimus, corpus ſine loco uidetur, & locus ſine corpore : quæ duo fieri nequeunt : ob id corpori tam nobili digniſſima & motui circulari accommodiſſima figura eſt attributa: atq; in eius medio ſignum eſt, circa hoc rotundę figurę terra unà cum mari conſiſtens, unamq́; & eandem cum ęquoribus ſuperficiem habens, eodem quo cœlum centro & ipſa permanet, perq́; ipſam ac cœli medium axis extenditur, & circa illam atq; axem ab ortu in occaſum cœlum circumagitur. Cum illo ἀπλανέσ, *quę pari celeritate cum polo ſunt per circulos* παραλλήλους *deferuntur. Terram autem extare ſupra undas, ut pomum natans, aut leuem quempiam ex ligno globum undis innatantem, qui credunt, ualde decipiuntur : Hoc enim modo multa falſa forent, quorum deprenſa ueritas eſt. Terrę ergo ſuperficiem, quę extra undas eminet, ita eminere credamus, ut ex ea & circumfluentibus undis corpus rotundum (ut iam oſtenſum eſt) in ſeſe undiq; recurrens efficiatur. Hactenus ſphęrę mundi rotunditatem ſeu ſphęricitatem ſine ulla circulorum diſtinctione expreſſimus. Proinde de eius axi, polis & circulis maxime, qui ad ſphęrę rationem ſpectabunt, aliquid uel ſuccincte dicendum cenſeo.*

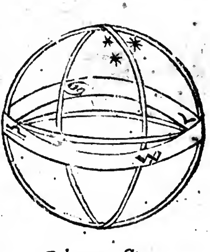
QVID SIT AXIS MVNDI.

Axis ſphæræ, eſt dimetiens ipſius, circa quam uoluitur. Ita enim Proclus Diadochus deſcribit : ἄξων τοῦ κόσμου ἐστὶ ἡ διάμετρος αὐτοῦ περὶ ἣν στρέφεται.

QVID POLVS MVNDI.

Poli mundi, qui & uertices et cardines dicuntur: ſunt duo puncta cœli axem terminantia: ita fixa, ut nunquam moueantur: quorum qui Borealis *eſt* πόλος ἀρκτικὸς, *id eſt, urſinus uocatur nunquàm occidens, ſemper conſpicitur: alter* ἀνταρκτικὸς, *hoc eſt, arctico oppoſitus, qui terræ obiectu à nobis cerni non poteſt: à* Græco *uerbo* πολέω, *quod eſt uerto; nomen inditum eſt, qua circa illos mundi ſtructura uertatur.* Eadem ratione V*irgilius nuncupauit uertices:* Hic, *inquit, uertex nobis ſemper ſublimis: at illũ* Sub *pedibus* Stix *atra uidet, manesq; profundi.* Hoc eſt, ἀντίχθονες, *quos è noſtro cœlo quaſi ĩ profundo aere habitãtes deſpicere uidemur.* S*unt præterea duó alij poli ĩ ſphæra, qui poli Zodiaci dicuntur arcticũ et antarcticũ circulos deſcribẽtes, de quibus infra.*

Polus arcticus.



Polus antarcticus.

DE DECEM CIRCVLIS, QVOS *in cœlo aſtrologi imaginantur.*

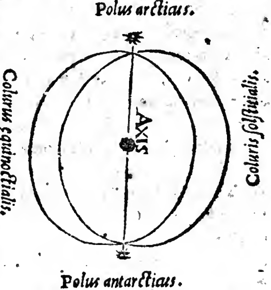
Duplices ſunt circuli in ſphæra : non re uera quidem exiſtentes, ſed imaginabiles: maiores uidelicet, & minores. Maiores, *qui mundum in partes æquales ſecant : uel quibus idem cum mundo centrum eſt ;* Minores, *qui orbẽ in parteis in æquales diuidunt.* Maiores *: ſex ab aſtrologis traduntur:* Aequator, Signifer, κόλουροι *duo,* Horizon *& meridianus,* Hos *ordine exequemur.*

TYPVS SPHÆRÆ ARMILLARIS



DE COLVRIS.

Coluri bini ſunt in ſphæra per mundi uertices ducti, quorum alter æqui noctia, alter brumam et ſolſtitium con tingit, diuidútq; qua drantes Zodiaci et æquatoris. Nomen ab imperfectione inditum, quod nunquá integri totiq; nobis exoriatur. Quoniá partes auſtrino polo propinque, ſemper occulte ſub terra delitescunt. Græci κόλουρα mutila uocant & imperfecta.



COLVRVS SOLSTITIORVM.

Colurus ſolſtitiorum, eſt circulus per principia cancri & capricorni, per polos eclipticę, pariter & polos mundi tranſiens: hic & declinationum circulus dicitur.

COLVRVS ÆQVINOCTIORVM.

Colurus ęquinoctiorum itidem circulus maior eſt, per principia arietis & librę, pariter ac polos mundi tráſiens.

DE AEQVATORE.

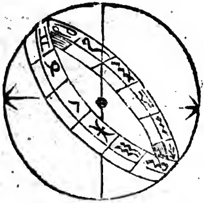
Aequator, quem ęquidialem & ęquinoctialem appel lant, eſt cuius partes omnes ſpatio ęquo ab utroq; polo di-

ſtant. Ita duabus de cauſis nominant: quod & ſub eo, in quacunque parte ſol fuerit, ſemper æquinoctiũ ſit, et quia ſole meante ſub illo, dies noctesq; pares in oĩbus terræ oris ſint. Contingit autem æquinoctiũ in anno, ſemel in menſe Martio, quãdo ſol ingreditur primum minutum Arietis. Iterum menſe Septembri, quando ingreditur Libram: de qua Virgilius: Libra die ſomnoq; pares ubi fecerit horas, Et medium luci atque umbris iam diuidet orbem.

DE ZODIACO.

Signifer: quem Græci ab animalium poſitu ζωδιακὸν appellant, eſt circulus maior, æquatorem in duobus pũctis, qui ſunt principia Arietis & Libræ, dirimens, cuius una medietatũ ad ſeptentrionem, altera uero ad Auſtrum uergit. In media autẽ Zodiaci ſi perſpiciæ (ſolus enim hic circulus latitudinem habet ſedecim partiũ, qualium maximus circulus trecentarũ ſexaginta) circularis linea eſt, ipſum in duo æqua partiens, quã Græci à defectu ἐκλειπτικὴν uocant, nos Solis uiam quia nunquã ab ea digreditur. Luna autem & cæteri planetarũ nũc ſub ea, nunc citra uel ultra ex ſpacio

Polus arcticus.



Polus antarcticus.

ti uagantur. Fieri autem non poteſt, ut Zodiacus eoſdem habeat polos cum æquatore, ergo eius poli à polis mundi diſtant gradibus .23 minutis primis.30. ferè. Dictus eſt autem hic obliquus circulus, quod æquidiſtantes ad æquales angulos interſecat. Signa, in quæ diuiditur, duodena ſunt: quorum Aries, Taurus, Gemini, *uerno, tempori aſcribuntur:* Cancer, Leo, Virgo, *æſtati:* Libra, Scorpio, Sagittarius *autumno:* Capricornus, Aquarius *atque* Piſces *hyemi. Quodlibet itaque ſignum in tricenos gradus, quos & partes nominant aſtrologi: gradum in ſexaginta minuta. Hæc in ſecunda, tertia, quarta, utque id genus ſectiones deinceps diuidunt. Totus ergo circuitus partes trecenas & ſexagenas continet.*

CHARACTERES ET NOMINA
ſignorum meridionalium.

♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍

Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo

CHARACTERES ET NOMINA

♎ ♏ ♐ ♑ ♒ ♓

Libra, Scorp. Sagittarius, Capricor. Aquarius, Piſces.

DE FINIENTE.

Finiens ſeu finitor, quem Græci horizonta appellant, eſt circulus maior, qui conſpectam mundi partem ab inconſpecta

ab inconſpecta dirimit, ac uniuerſam ſphæram in duas æquas partes ſecat. Hic ſub ęquatore rectus, in alijs latitudinum notis obliquus dicitur. Eſt autem horizon duplex, alter qui ſenſu uſurpatur, alter qui ſola ratione percipitur. Ergo ſenſibilis horizon eſt, qui à noſtro uiſu in termino uiſionis circunſcribitur. Hic adeo nō amplius duum millium ſtadiorum dimetientem habet. Qui autem ratione percipitur, ad primum mobile pertinet, mundumq; totum in duo ſecat. Nec uero per omnem tractum orbem uecidē horizon eſt: ſed ſenſu idem quadringentis ferè ſtadijs manet. Quo fit, ut dierum longitudo et & clima & apparentiæ omnes euarientur. Ea ratione in ſphęrarum deſcriptionem horizon non adhibetur quod reliqui circuli omnes ab ortu ad occaſum circumacto mundo unà rapiuntur. Horizon ſuapte natura quietem amat, eodemq; ſemper ſeruato ſitu: ob id non incommode ſitus eius ab alueo, in quo ſphæra armillaris reuoluitur, intelligi ſolet. Et omnium horizontum capitis uertex, polus dicitur. Nam tale punctum omniquaq; ab finitore ęquidiſtat.

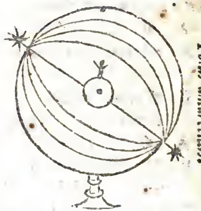
Zenith.



DE MERIDIANO CIRCVLO.

Meridianus, eſt circulus maior per punctum uerti-

lus, qui Zenith dicatur, & Polos mundi tranſiens. In quem cum Sol incidit, medios dies, mediasq; noctes efficit. Hic etiam circulus, immotus in mundo eſt. Niſi circuli huius naturam exacte cognoueris, haud facile longitudinum, urbium ue diſtãtiam, quam definit intelligas. Porrò obſeruatione dignum, circulos hos non niſi inter ortum atq; occaſum mutari: & ob id eodem temporis



momento medios dies, mediasq; noctes effici illis, qui ſub eodem meridiano uerſantur. Solis exortus tamen propter latitudinis diuerſitatem, non iidem permanent.

DE QVATVOR CIRCVLIS *ſphæræ minoribus.*

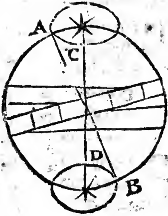
Minor circulus dicitur, qui ſphærã in portiones inæquales ſecat: uel qui aliud cẽtrũ habet, q̃ mundi centrum.

Arcticus circulus, eſt quem polus Zodiaci ad motum primi mobilis circa polum mundi arcticum deſcribit.

Antarcticus, eſt quem alter polus Zodiaci circa polum mundi antarcticum cauſat atq; deſcribit. Nunciu-

Digitized by Google

pamus autem polum Zodiaci undecunque ab ecliptica æqui diſtantem. Sunt enim poli eclipticę, axis eclipticę extremitates. Et quanta eſt maxima ſolis declinatio (de qua ſupra diximus) tanta eſt poli Zodiaci à polo mundi diſtantia.



„ A. B. axis Zodiaci.

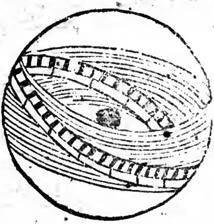
„ A. eſt polus Zodiaci arcticus.

„ B. eſt polus Zodiaci antarcticus.

„ A. C. circulus arct.

„ B. D. eſt circulus antarcticus.

Tropicus Cancri, eſt circulus minor, quē Sol in principio Cancri exiſtens ad motum primi mobilis deſcribit. Dicitur etiā tunc ſolſtitium, quod Sol non ultra ad ſeptentrionem procedat. Nomen à conuerſione uſurpat. Nam τροπὴ Græcis mutatio ſeu conuerſio eſt. Inde τροπικὸς quaſi uerſilis. Diſtat ab æquinoctiali gradibus. 23. minutis. 30.



„ A. oſtendit tropic. cancri.

„ B. oſtendit tropicū capri.

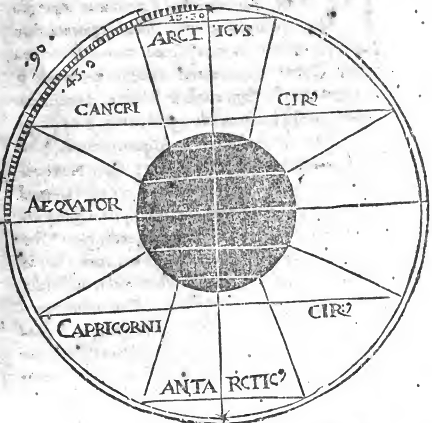
Digitized by Google

Tropicus Capricorni: qui & Brumalis dicitur, is eſt qui ultimo à ſole deſcribitur uerſus Auſtrum, in quo brumalem reciprocationem facit, diemq́; efficit breuiſſimam & noctem prolixiorem. Fit autem hoc, cum Sol principium Capricorni attingit. Cæterum id tempus Brumam uocant latini ſcriptores.

DE QVINQVE PARALLElorum interuallis. Cap. IIII.

PArallelus, quaſi alternus, à quo lineas æque diſtanteis parallelas uocamus, ideoq́; ſegmenta mundi, quę nos circulos dicimus, Græci παραλλήλους nominant. Quinq; itaq; duntaxat æquidiſtantes circuli ſiue παράλληλοι in ſphęra deſcribi ſolent, quod tamen non eo ualet, quaſi ij ſoli in mundo ęquidiſtantes ſint, quippe cum Sol quotidie ęquidiſtantem Aequatori circulũ (quod ſenſu animaduerti licet) mundi rotatu peragat. Non tamẽ hi omnes in ſphæram adhibentur, quia non adeo utiles ad prima Aſtrologiæ rudimenta exiſtimati ſunt. Quinq; uero æquidiſtantes circuli, ob certa compendia, quæ Aſtrologiæ & Geographiæ tyronibus afferunt, optimo iure in ſphæram ſunt adhibiti, ſcilicet. Septentrionalis, Solſtitialis, Aequator, Brumalis & antarcticus. Cum autem circulus maior in ſphæra ſit trecentorum & ſexaginta graduum: & quadrans nonaginta: manifeſtum eſt, æquinoctialẽ à polis mundi. 90. gradibus diſtare: quæ eſt quarta

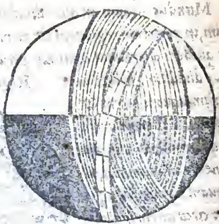
pars circuli. Si rurſus à gradibus. 90. ſubtraxeris gradus. 23. minuta. 30. (quæ eſt maxima ſolis declinatio, ſeu quod idem eſt, diſtantia tropicorum ab æquinoctiali) qui remanent gradus. 66. minuta. 30. manifeſtát diſtantiam tropicorũ à polis mundi, et per conſequens circulorũ polariũ ab ęquinoctiali. Rurſus ſi à grad 66. minu. 30. maximã tropicorum diſtantiam ab æquinoctiali ſubtraxero, relinquetur quantitas interſtitij. 43. grad. inter tropicum Cancri & circulũ arcticum: & eadem diſtantia eſt inter tropicum Capricorni & circulum antarcticum.



DE DVPLICI DISSECTIONE *mundi ac eius motu.* Cap. V.

HActenus ſphæræ mundiq́; rotunditatem et circulorum diuiſionem recitauimus. Reliquum eſt, ut de motu ac duplici eius partitione agamus. Mundus itaq; bifariam diuiditur, ſecundum accidens, et ſecundum ſubſtantiam. Primo ſecundum accidens in ſphæram rectam et obliquam. Sphęram rectam uocamus, ubi uterq; polus horizonta contingit, et ęquator ſupra caput apparet, ut in longo tractu Aphricæ ac Aſiæ, nunquam in Europa. Recta dicta, quoniam illorum horizon interſecat ęquinoctialem, & interſecatur ab eodem ad angulos rectos ſphęrales, ita ut quaterni anguli recti ac ęquales efficiantur. Sphęra obliqua eſt, dum alter polorum uiſui patet, alter uero ſemper deprimitur, ut nobis in tota Europa degentibus. Id quoq; ſcitu dignum eſt, ne nominum uarietas obſit, ne modo ſphęram, ſed et orbē, horizonta, finitorē aut finientem, rectum aut obliquum dici. Hoc pacto enim loquuntur, Germani in orbe aliquo ſunt ob

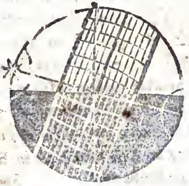
Sphæra recta.



finitorem, ſphæram, aut mundum obliquum habent.

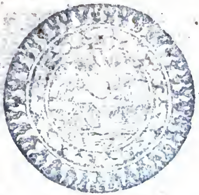
Nomen ſumptum eſt ob obliquo inceſſu ſiderum. Solis enim globus obliquo tranſitu per aera fertur ab ortu in occaſum, uel quod illorum hori zon interſecat æquinoctialē, et interſecatur ab eodem ad angulos impares et obliquos.

Sphæra obliqua.



Mundus iterum in duo diuiditur ſecundum eſſentiam, in ętheream regionem & elementarem. Elementaris quidem alterationi continuę peruia exiſtens, in quatuor diuiditur, ſcilicet in terram, aquam aerem & ignem. Eſt enim terra tanquam mundi centrum in medio omnium ſita, cir ca quam aqua: circa aquā aer: circa aerem ignis illic purus & non turbidus, orbem lunæ attingens. Omnia etiam præter terram mobilia exiſtunt: quæ ut centrum ponderoſitate ſui magnum extremorum motum æqua-

Regio elementaris.

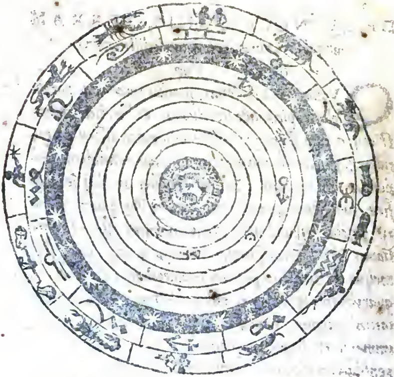


liter ſugiens rotundę ſphęrę medium poſſidet.

Circa elementarem quidem regionem æthereà regio lucida à uariatione omni ſua immutabili eſſentia immunis exiſtens, motu continuo circulariter incedit: & hæc à philoſophis quinta nuncupatur eſſentia: cuius decem ſunt orbes. In infimo itaq; orbe luna radijs ſolis accenſa uelociore ambitu ſigniferi partes 28. ferè dierum ſpatio luſtrat. Deinde Mercurij ſtella ſigniferi ambitum peragit trecenis ſexagintaquinq; diebus, ab Sole nunquam abſiſtens partibus. 28. longius. Tertius orbis ſecum rapit ſtellam Veneris, quæ etiam, non niſi certo breuiq; à Sole ſpatio abſcedit: & cognomina mutat, antecedens eum ac inſequens. Quando Solem antecedit, aut ante eum oritur, Lucifer aut φωσφόρος nuncupatur: ἕσπερος aut ueſper, quando Solem inſequitur, atq; poſt eum occidit. Eandem uocem Virgilius uſurpat, eo loco: Venit Heſperus, ite capellæ: id eſt, cerni incipit, non oritur. Nam Heſperus nunquam in oriente conſpicatur, ſicuti nec Lucifer in occidente. Eius orbis anni ferè ſpatio circumagitur, ab Sole nunquam abſiſtens partibus ſex atq; quadraginta longius. Nunc medio ſpatio Solis globum conſtanti incæſſu aduerſus decimi orbis celeritatem niti uidemur, & complet curſum ſuum ſub ecliptica in ſpatio unius anni, quod ſpatium eſt trecenum ſexaginta quinq; ferè dierum cum quarta diei parte. Quintus orbis cum infixo ſydere Martis ſigniferi ambitum ab occaſu in ortum luſtrat duobus annis. Sextus

Iouis ſtellæ eſt: circumagitur annis duodenis. Septimus proximusq́; firmamento Saturni ſydus circumagit, & omnes Zodiaci partes annis tricenis ab occaſu in ortum metitur. Octauus orbis firmamentum eſt, ſuo ambitu Saturni orbem comprehendens. In eo omnes, quas cernimus, ſtellæ, præter ſeptem iam enumeratas: quæ erroneę ſunt, continentur. Et mouetur triplici motu: Primo ab ortu in occaſum uelocitate extremi orbis. Secundo obliquo inceſſu ab occaſu in exortum uirtute noni. Præter iſtos tertium ac proprium ſibi uendicat, quem acceſſus & receſſus motum, aut trepidationis nuncupauere. Hic ab æquinoctiorum nctis in octauo orbe, circa æquinoctia noni fit. Nonus orbis inter extremum octauumq́; medius ab exortu in occaſum quotidie cum decimo uoluitur. Præter hunc alium habet proprium peculiaremq́; ſibi, quo obliquo tranſitu ab occaſu in exortum tendit. Hic inceſſus. 49000. annorum ſpatio perficitur: quod tempus Platonici uel magni anni nomen uſurpat. Eſt enim hic annus interuallum, quo ſydera omnia ad eundem redeunt ſitum: quod eo tempore fieri credunt. Decimus extremusq́; orbis, omnia ſecum rapiens ab exortu in occaſum uoluitur: curſumq́; uicenis quaternis horis peragit. Eo impetu omnia, quæ in mundo ſunt, quotidię oriuntur & occidunt, præter terræ σφαῖρα orbis centrum, quæ moles ſuapte natura quietem amat: hic Lunę, Mercurij, Veneris, Solis, Martis, Iouis, Saturni cœliq́; ſydera intra diei no-

ctisq; ſpatium circumagit. Supra hunc extremum mundi ambitum: quem Aſtrologi primum dicunt: Empyreum cœlum eſſe aiunt. Id haud prætereundum, ſupra octauum orbem ſiue firmamentum nullas ſtellas aut ſydera eſſe.



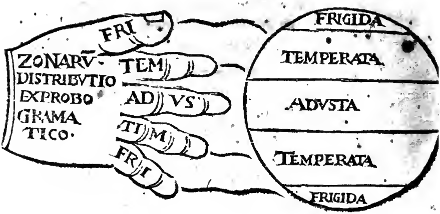
Nomina & characteres Planetarum.

♄	♃	♂	☉	♀	☿	☽
Saturnus,	*Iuppiter,*	*Mars,*	*Sol,*	*Venus,*	*Mercurius,*	*Luna.*

DE QVINQVE ZONIS, TERRAM *habitabilem ab ægre habitabili diſtinguentibus.* Cap. VI.

QVinq; in cœlo Zonas quatuor minoribus parallelis tropicis uidelicet duobus, & arctico antarcticoq; circulo ſegregari recte mathematici aſſerunt: totidemq; faſcias in uniuerſa terra, quam rotundam ſupponunt, conſtituunt. Strabo ſimiliter in libri ſecundi fine, cœli Zonas quinq; ponit, quibus illæ quinq; in terris faſciæ reſpondeant, & eius nominis eſſe ait Martianus lib. vi. Orbis, *inquit, terræ in quinq; Zonas, ſiue melius faſcias dico pro rerum diuerſitate: diſcernitur: quarum tres intemperies multa, ob contrariorum nimietatem relegauit: nam duæ axi utrinq; confines, algore immenſo & frigoribus, deſertionis cauſas, pruinis mergentibus præbuere.* Media *uero flammis & anhelis ardoribus torridata, propinquantes animantium comburit acceſſus.* Aliæ *autem duæ, uitalis auræ halitu temperatæ, habitationem animalibus indulſerunt: quæ quidem per totius rotunditatem telluris inaruæ, tam ſupernum hemiſphærium, quàm inferius ambiunt. Zo-*

narum diſcrimen belle Probus grammaticus, ait, è manu accipi poſſe, ſi læuam contra ora noſtra in ortum ſolis uerſa, digitis expanſis introſpeximus: ut ubi pollex eſt, ibi Zonam eſſe arcticam, quæ & ſeptentrionalis uocatur, intelligamus nimio rigore inhabitabilem. Pollici proximo digito temperatam noſtram, quam æſtiualem nominant, indicari. Vt medius digitus æquinoctiali aduſtæ, & inhabitabili ſecundum uetuſtos, reſpondebit. Quartus alteram temperatam oſtendet, quam hyemalem Probus nominat, quod Sol in eam inclinans nobis hyemem relinquit, ſicut in noſtram aſcendens, æſtatem aperit, dieſq́; longiores facere ſolet. Digitus minimus quintam Zonam referet, Notiam & Auſtralem dictam ob gelu perpetuum, & ſicut Septentrionalis noſtra, inhabitabilem.



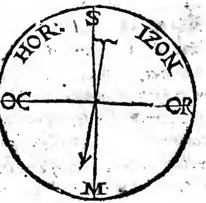
QVÆ MVNDI PARTES DEXTRÆ ac ſiniſtræ appellentur. Cap. VII.

NOn eodẽ modo Geographi, Aſtronomi, et Poetæ horizontem diſtinguunt. Dextram enim mundi plagam aſtronomi occiduam appellant: eo ꝙ aſtronomus pectus magis ad meridiem uergit, ubi uelociſſimus ſtellarum curſus eſt: Nam circa polum uix ſtellę moueri percipiuntur. Geographi Septentrionalem plagam reſpicientes (ubi poli altitudinem quęrunt) Eoa dextram mundi partem occupet. Ita enim globis & Ptolemæi tabulis terra depingitur. De poetarum plagis plura recitat Lucanus, ubi ſcribit de Arabibus uenientibus Romam in auxilium Pompeio: Ignotum uobis Arabes ueniſtis in orbem, Vmbras mirati nemorum non ire ſiniſtras. Quoniam in partibus ſuis quandoq; erant illis umbrę dextrę, id eſt, Septentrionales: quandoque ſiniſtrę, ſiue meridionales, quandoq; perpendiculares, quandoq; orientales quandoq; occidentales: ſed quando uenerunt Romam, repente mutatas umbras eſſe ait Lucanus.

SEPTENTRIO.

Dextra Poetarum.

OCCASVS.
Siniſtra Coſmographorum.
Dextra Aſtronomorum.



ORTVS.
Dextra Coſmographorum.
Siniſtra Aſtronomorum.

Siniſtra Poetarum.

MERIDIES.

DE QVATVOR MVNDI RE*gionibus, ſiue plagis.* Cap. VIII.

Mvndus iterum in quatuor partes ſiue cardines diuiditur, quos ſecundo libro Gellius cœli limites ſiue regiones appellat. Sunt autem, Ortus, Occaſus, Meridies, & Septentrio. Vnde Sol oritur, Oriens nuncupatur, aut Ortus: quò demergitur, Occidens, uel Occaſus: qua decurrit, Meridies: ab aduerſa parte, Septentrio. In hoc diuerſi tantum, quod meridies & Septentrio perſtant, ſuntq; immobiles: Ortus uero & Occaſus nunquam eodem modo ſe habent, propter ſem-

piternam Solis in gradibus ſignorum per aſcenſum & deſcenſum mutationem. Hinc Eratoſthenes (*ut* Varro *libro de re ruſtica primo ait*) *orbem in duas partes maxime ſecundum naturam diuiſit, ad meridiem uerſus, & ad* Septentriones. *A latere igitur cœli, in quo ſupra horizontem Sol aſcendit, ortum, in quo ſe mergit, occaſum accipimus: qui licet eadem in parte, id eſt, in ſpatio, quod inter tropicos eſt, ſemper ſint, tamen quia nunquam contingit ſolem illinc oriri hodie, unde heri oriebatur: nec è regione pari modo occidere: Sed aliquando ęquinoctialis oriens dicitur, cum in circulo currit, qui appellatur* ἰσονύκτιος, *aut* σημερινὸς, *aut Solſtitialis oriens, aut* Bru*malis, quæ ſunt* θεριναὶ τροπαὶ καὶ χειμεριναί. *Similiter enim fit occaſus eius aut æquinoctialis, aut* Solſti*tialis, aut* Brumalis.

SEPTENTRIO.



MERIDIES.

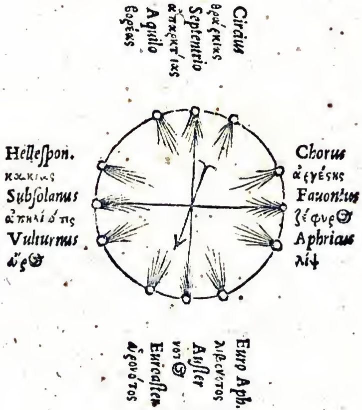
DE VENTIS, QVIBVS PRISCI *nauicularij fuerunt uſi & mundi partibus, ex quibus ſpirant.* Cap. IX.

QVoniam uentorum cognitio nonnihil momenti, immo magnam utilitatem ad Coſmographiam habere dinoſcitur: ideo quędam de ipſis & diſtinctione eorum trademus. In præcedenti igitur capite oſtenſum eſt, ſolem habere triplicem ortum & occaſum ſecundum binos tropicos & æquatorem: uidelicet æſtiualem, æquinoctialem, & hyemalem: & meridiei ſimiliterq́; ipſius Septentrionis utrinque aſſignemus latera: his enim ſingulis proprij uenti correſpondent, qui ab illis partibus flant. Veteres itaque nautæ duodecim præcipue uentorum nomina literarum memoria celebrarunt. In meridie quidem Auſtrum Latini ponunt, Græci νότον, quoniam nebuloſus eſt, atq; humectus: νοτὶς enim Græce humor nominatur: ex diametro aut oppoſito uentus eſt, latine Septentrionarius, Gręce ἀπαρκυίας appellatus. Ex ortu æquinoctiali: hoc eſt, ab oriente uerno flat uentus, à Romanis nauticis Subſolanus cognominatus, à Grecis ἀπηλιώτης. Sed qui ab ęſtiua & Solſtitiali orientis meta uenit, latine helleſpontius, καικίας gręce dicitur, Tertius uentus qui ab oriente hyberno ſpirat: Vulturnum Romani uocant, Græci ἀρὸν appellant, His oppoſiti & contrarij ſunt alij tres occidui. Ex brumali occaſu uenientē Latini Aphri

cum

cum Græci λύβα *appellant. Ab occaſu ſolſticiali flan-tem Latini Chorum, Græci,* ἀργέστην *uocant. Medius illorum Fauonius, qui Græcæ* ζέφυρος *uocatur, aduerſus Subſolanum flat. Inter Septentrionem & Solſticialem exortum Latini Aquilonem, Græci* βόρεαν *locant. Boreas autem* ἀπὸ τοῦ βοᾶν, *hoc eſt, à uociferando dicitur. Inter Auſtrum & Brumalem exortum latini Euroauſtrum, Græci* εὐρόνοτον *ponunt. Auſtro deinde & Africo, Latini Euroafricum, Græci uero* λιβόνοτον *interponunt. Inter Septentrionem tandem & Chorum Latini Circium, Græci* θρασκίαν *ponunt. Horum duodecim uentorum nomina & mundi partes, ex quibus ſpirant, in ſubiecta patent figura.*

SEPTENTRIO.



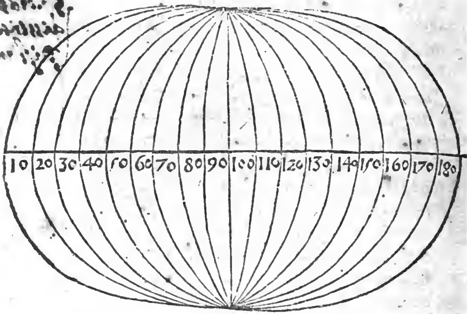
MERIDIES.

DE LONGITVDINE TERRÆ *locorumq;.* Cap. X.

LOngitudo loci ſiue habitationis eſt Æquatoris, uel ſibi æquidiſtantis circuli ſegmentum meridiano loci

eiuſdem & fortunatarum inſularum meridiano comprehenſum. Quia ueteres Geographi ſuperficiem terræ deſcribere, & ex ſtadiaſmo locorum inter ſe diſtantiam inquirere uolentes, poſuerunt primum longitudinis gradum in occidente: hoc eſt, in fortunatis inſulis, quæ nunc ab Hiſpanis, magnæ Canariæ appellantur: deinde ſecundum ordinem numerorum in ortum telluris ambitum depinxerunt, & meridianis deſtinxerunt: Eſt autem Meridianus in terra circulus, qui per terræ polos & locum tuæ habitationis ducitur, in quem enim cum ſol incidit meridiem efficit omnibus habitantibus ſub illo meridiano, unde gradus menſurantes arcum æquatoris inter primum longitudinis gradum, ſeu primum meridianum, qui occaſum ſolis claudit, & meridianum qui tranſit per locum tuæ habitationis, gradus longitudinis tuæ habitationis uocantur. Meridiani itaq; ſemper mutantur cum ab ortu in occaſum, & econtra progreditur, ad Auſtrum uero Bôream'ue quantumuis progreditur ſemper idem meridianus ſeruatur, prout manifeſtiſſime cernitur in figura ſequenti.

POLVS ARCTICVS.



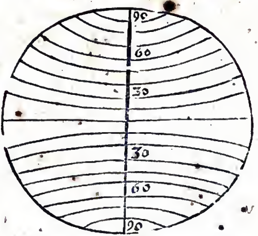
POLVS ANTARCTICVS.

De latitudine terræ. Cap. XI.

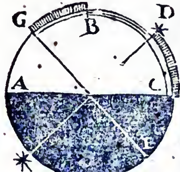
LAtitudo terræ uel habitationis, eſt arcus meridiani inter æquatorem & Zenith capitis interceptus. Zenith, eſt punctus qui nobis ſupra uerticem capitis eminet. Porrò *latitudo terræ ſemper æqualis eſt altitudini ſeu eleuationi poli ſupra* Horizontem *: quadam tamen ratione inter ſe differunt.* Nam *eleuatio ſiue alti-*

tudo poli, eſt arcus meridiani inter polum mundi & horizontem interceptus. Latitudo uero loci, eſt arcus meridiani inter Zenith capitum et equatoris circulum contentus, ut apparet i pręſenti figura.

POLVS ARCTICVS.



POLVS ANTARCTICVS.

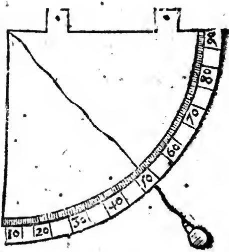


D. *Polus arcticus*
B. *Zenith capitis*
G.H. *Æquinoctialis*
A.C. *Horizon*
D.C. *Altitudo poli*
B. G. *Diſtantia Zenith ab æquinoctiali, ſiue latitudo terræ.*

QVOMODO LATITVDO REGIOnis *ſiue altitudo poli per quadrantem, omni die totius anni ſit obſeruanda.*

Cap. XII.

Si igitur altitudinem poli ſupra horizontem ſiue latitudinem regionis obſeruare uolueris: prius ex metallo, puta cupro aut auricalco, uel ex ligno duro, ſolido ac firmo fabrica tabulam planam, in cuius ſuperficie deſcribe quartam partem circuli, ita: ut ſemidiametri duo ſeſe in centro ad angulos rectos interſecent: per. II. Euclidis. Deinde ſemidiametro alteri pinnulas ex æquali perforatas appone, per quas radij ſolares poſſint dimitti. Limbum uero quadrantis diuide in. 90. gradus. hoc modo. Primum in 3. partes ęquas, ſecundo iterum quamlibet in tres. Tertio quamlibet in duas. Demum quamlibet in quinq;, et partitus eſt quadrans in 90. partes ęquales. Deniq; fige in centrum perpendiculū, & appone numeros à leua in dextram de. 10. in. 10. & paratus eſt quadrans, quantum ad hoc negotium attinet, huius hæc eſt figura.



VSVS QVADRANTIS.

Obijce leuam quadrantis pinnulam ipſi ſoli radianti, precaſe quando tangit meridianum, demiſſo libere per-

pendiculo, deinde leua paulatim aut deprime quadrantem, donec radius ſolaris pertranſeat ſubtiliora pinnularum foramina. Quo facto ſupputa gradus limbi ab numerorum initio, ad filum ipſum ſiue perpendiculum: nam tanta erit Solis ſuper horizontem altitudo: quam ſerua Deinde quære ſignum & gradum Zodiaci in quo mouetur Sol eodem die, ex Ephemeridibus, uel ex aliquo inſtrumento. Quod ſi Sol in ſeptentrionali quopiam ſigno inuentus fuerit, declinationem eius ab æquinoctiali ex ſequenti tabula cognoſce, quam à Solis altitudine meridiana ſurripe & patebit eleuatio æquatoris. Quæ rurſus à. 90. gradibus ſublata latitudinem tuæ regionis ſiue eleuationem poli relinquit. Quod ſi Sol per meridionale graditur ſignum, declinationem Solis ex tabula inuentam altitudini meridianæ adde, & prodibit eleuatio æquatoris, Quæ: ut iam dictum eſt, à. 90. reiecta, latitudinem regionis ſiue eleuationem poli manifeſtabit.

VSVS TABVLÆ.

Cognito loco ſolis, eius declinationem ab æquinoctiali ſic inuenies. Quære ſignum in quo Sol eſt dato die in capite uel in pede tabulæ. Si in capite tabulæ fuerit inuentum: quære gradum eiuſdem in linea deſcendenti aut in linea aſcendenti, ſi ſolis ſignum in calce tabulæ eiuſdem repertum fuerit. Numerus igitur graduum & minutorum, quem in angulo communi inueniturо, erit declinatio ſolis quęſita.

Tabula declinationis Solis per omnes gra. Eclipticæ.

S.	Aries Libra S. M.	Taurus Scorpi. S. M.	Gemini Sagit S. M.	Sig. Septen. Sig. Merid. S.
0	0.0	12.16	20.38	30
1	0.26	12.37	20.40	29
2	0.52	12.58	21.0	28
3	1.18	13.19	21.11	7
4	1.44	13.40	21.21	26
5	2.10	14.0	21.31	25
6	2.36	14.20	21.40	24
7	3.2	14.40	21.49	23
8	3.28	14.59	21.58	22
9	3.53	15.18	22.6	21
10	2.19	15.37	22.14	20
11	4.45	15.55	22.21	19
12	5.10	16.13	22.28	18
13	5.35	16.31	22.35	17
14	6.0	16.48	22.41	16
15	6.25	17.5	22.47	15
16	6.50	17.22	22.52	4
17	7.15	17.38	22.57	1
18	7.39	17.54	23.2	12
19	8.3	18.10	23.7	11
20	8.27	18.25	23.11	10
21	8.51	18.40	23.15	9
22	9.15	18.55	23.18	8
23	9.39	19.9	23.21	7
24	10.2	19.23	23.23	6
25	10.2	19.36	23.25	5
26	10.48	19.49	23.27	4
27	11.10	20.2	23.28	3
28	11.32	20.14	23.29	2
29	11.54	20.26	23.30	1
30	12.16	20.38	23.30	0
	Virgo Piſces	Leo Aquar	Cancer. Capric.	Sig. Septent. Sig. Meridio.

In exemplari ſupputatione rem intellectu faciliorem reddemus. Ponatur *quod ſolis altitudo meridiana ſit.* 61. *grad.* 23. *mi. gradus ſolis in quo dato die mouetur ſit.* 6. *leonis.* Declinatio *eius ab æquinoctiali circulo eſt.* 19. *grad.* 23 *mi. ſeptentrionalis.* Subtrahæ *igitur.* 19. *grad.* 23. *mi. ab altitudine ſolis meridiana* 61. *grad.* 23. *mi.* & *remanet eleuatio ęquatoris in circulo meridiano.* 42. *grad.* Ea *dempta ex quadrante, hoc eſt, ex.* 90. *grad. remanebunt.* 48. *grad. quæſita regionis latitudo.*

DE LONGITVDINE REgionum Oppidorum, Locorumue inueſtiganda. Cap. XIII.

LOngitudinem *regionum aut ciuitatum ſic inuenies* Conſidera *per tabulas* Eclipſium *alicuius notę longitudinis initium* Eclipſis *lunaris,* & *in alio oppido cuius longitudo tibi ignota fuerit, obſerua horam* & *eius minutum ad principium eiuſdem* Eclipſis. Quod *ſi initium* Eclipſis *ex tabulis oppidi notæ ſupputatum,* & *principium eiuſdem, oppidi ignotę longitudinis in horis* & *minutis concordauerint, ambo oppida eandem habent longitudinem,* & *ſunt ſub uno meridiano, ita quòd inter ipſa nulla eſt diſtantia longitudinis.* Si *autem initium eclipſis lunæ per* Aſtrolabium *obſeruatum fuerit plus in horis* & *minutis quàm initium per tabulas computatum aut contra, ea oppida diuerſos habent meridianos,* &

diuerſam longitudinem. Quam ſic cognoſces, ſubtrahe numerum horarum & minutorum minorem à maiori, et id quod remanſerit, dicatur differentia temporis unius oppidi ab alio. Accipe igitur pro qualibet hora. 15. gradus, & pro quibuslibet quatuor minutis temporis. 1 gradum, & pro quolibet minuto temporis. 15. minuta gradus. Tandem adde gradus gradibus, & minuta minutis, & collectum, longitudinem oppidorum propoſitorum indicabit. Inde etiam liquet, quòd duo loca quibus idem lunaris defectus, eodem conſpicitur tempore ſub uno exiſtunt meridiano. Et locorum duorum quibus idem lunæ defectus ante meridiem, diuerſo uidebitur tempore, orientaliorem eſſe eum cuius tempus defectus ante meridianum minus extiterit. Et duorum locorum quibus idem lunæ defectus poſt meridiem, diuerſo uidebitur tempore, eum rurſus eſſe orientaliorem, cuius tempus poſt meridianum quo luna deficit maius fuerit. Et ſi lunæ deliquium uni duorum locorum contigerit in meridie; alteri uero ante meridiem uideri, ille locus erit orientalior, cui deliquium lunæ in meridie uidebitur. At ubi lunæ defectus, uni duorum locorum in meridie, alteri poſt meridium conſpicietur: ergo ille locus orientalis exiſtit, cui lunæ deliquium poſt meridiem uidetur. Similiter lunæ deliquio conſpecto, apud unum duorum locorum. Poſt meridiem, apud alterum uero ante meridiem ille rurſus orientalis exiſtit, qui lunarem defectum poſt meridiem intuetur.

Digitized by Google

Vt Arbilis urbs Aſſyriæ orientem uerſus, habuit Eclipſim lunæ hora quinta, quando Carthago ocadentem uerſus hora ſecunda. Tribus ergo horis diſtant, gradibus.45.authore Ptolemæo lib.1.cap.4. Qua autem uia locorum ſitus in longitudine & latitudine deprehendantur Ptolemęus obſcuris quibuſdam tetigit uerbis lib.1.cap.2.

DE PARTIBVS TERRÆ ET EArum longitudine ac latitudine. Cap. XIIII.

Tota terra Ptolemæo cognita habet latitudinem 80.graduum, longitudinem uero .180. hanc quoq; terminari dixit à quatuor orbis partibus terra incognita, quamuis pleriſq; in locis Oceano intercepta, uidelicet ab ortu ſolis terra incognita, quę populis orientalibus maioris Aſię ſinarum ſcilicet atq; Serum adiacet.

A meridie ſimiliter terra incognita quę indicum pelagus cingit, quę'ue amplectitur meridionalem ethiopum regionem Agiſimbam nominatam, ab occaſu etiam terra incognita, quæ ſinum Africæ ethiopicum cingit, & deinde occidentali Oceano, qui ultimas occidentis partes alluit. A ſeptentrione Oceano qui inſulas Britanniæ circumplectitur, & partes Europæ maxime ſeptentrionales claudit, præterea limites reliquos habet terram incognitam, quæ partibus Aſiæ maxime ſeptentrionalibus imminet Sarmatiæ, ſcilicet Satiæ atq; Se-

Digitized by Google

rum, Hi *ſunt termini habitabilis noſtræ à* Ptolemæo *deſcripti*, N*unc autem multo amplior latitudo & ad ſeptentrionem & ad meridiem, maiorq́; longitudo ipſius cognita eſt* Americi Veſ*putij aliorumq́; luſtratione, compertumq́; eſt ipſam uelut quandam ingentem inſulam ab omni parte* O*ceano ablui ac circumnauigari*. Hæc *& ſi unica ſit in tres tamen partes ueteres illam deſtinxerunt, quarum præ magnitudine prima eſt* A*ſia, ſecunda* A*frica, tertia* Europa. A*ſia coniungitur* A*fricæ per* Hiſtmum *Iudaicum, ſeu per dorſum* Arabiæ *coarctatum inter mare noſtrum & ſinum* Arabicum. Europa *&* A*ſiæ coniunctio fit per dorſum quod inter* Paludem Meotim *&* Sarmaticum O*ceanum excurrit ſuper* Tanais *fluuij fontes*. A*frica nuſquàm per ſeſe* Europæ *cohæret: mari noſtro inter utraſq; interiacent*. Europa *ab occidente mare* Atlantico, *à ſeptentrione* Britannico, *ab oriente* Tanai *fluuio, meotide* Palude *& mari* Pontico, *à meridie mari mediterraneo quod noſtrum appellatur, clauditur:* A*frica ab occidente mari atlantico, à meridie* O*ceano ethiopico, à ſeptentrione mari mediterraneo: ab ortu hiſtmo iudaico*. A*ſia quæ cæteras magnitudine & opibus uincat, ab occidente habet eoſdem terminos, quibus* Europa *&* A*frica ab oriente clauduntur, à ſeptentrione terminatur oceano ſcythico, ab oriente* Eolo *orientaliq́; indico, à meridie meridionali indico & rubro*. Non *ſolum autem prædictæ tres partes nunc ſunt latius luſtratæ, uerum & alia quarta pars, ab*

Digitized by Google

Americo Veſputio ſegacis ingenij uiro, inuenta eſt. Quam ab ipſo Americo eius inuentore Amerigen quaſi Americi terram ſiue Americam appellari uolunt. Iſtius terræ pars Africæ oppoſita propinquior eſt continenti noſtræ habitabilis, nec tamen propinquius ad eam accedit, quàm. 20. gradibus uel citra. Hunc in modum terra iam quadripartita cognoſcitur, & primæ tres eius partes continentes ſunt, quarta inſula, cum omniquaque mari circundata conſpiciatur. Trium inſuper partium terræ Priſcis notæ cognitionem Ptolemæus tradidit in. 26. tabulis, quarum. 10. ſunt Europæ, quatuor Africę & duodecim Aſiæ, quas autem & quot regiones quælibet tabularum contineat, & in quo libro à Ptolemęo tractantur ex ſequentibus facile cognitu eſt.

IN EVROPA PROVINTIÆ ſeu Satrapię notę triginta & quatuor, in tabulis decem.

EX SECVNDO LIBRO PTOLEMÆI.

In prima Tabula Europæ.

Hibernia inſula &

Albion inſula Britannicæ nunc Anglia

In ſecunda Tabula Europæ.

Hiſpaniarum ſcilicet

Betica nunc regnum Granatæ

Luſitania nunc Portugalia

Tarraconenſis nunc Catalonia

Digitized by Google

In tertia Tabula Europę.

Gallia Aquitania nunc Francia & Burgundia
Gallia Lugdunenſis nunc Francia Normandia Britannia minor & Thuronia.
Gallia Belgica nunc Picardia, Lutzelburgia, Lottringia, Burgundia, Alſacia & Suicia necnon Rhinenſes. Gallia Narbonenſis nunc prouincia uel Delphinatus.

In quarta Tabula Europę.

Germania magna, quę continet, Franconiam, Veſtualiã, Haſſiam, Saxoniam, Marchiam, Thuringiam, Miſniam, Sleſiam, Morauiam, Bohemiam, & Voylandiam.

In quinta Tabula Europę.

Rhetia nunc Sueuia
Vindelitia nunc Bauaria
Noricum etiam dicitur Stiria
Pannonia ſuperior nunc Auſtria
Pannonia inferior nunc Hungaria
Illyris nunc Sclauonia
Dalmatia

EX TERTIO LIBRO.

In ſexta Tabula Europę.

Italia
Cyrnos ſeu Corſica inſula

In ſeptima Tabula Europę.

Sardinia inſula &
Sicilia

In octaua Tabula Europę.

Digitized by Google

Sarmatia Europæ, nunc Polonia, Maſouia, Lituania, Curlandia
Liuonia
Ruſſia & Gottia

In nona Tabula Europæ.

Iazigeſ metanaſtæ, nunc pars Hungariæ ultra Danubium in ſeptentrionem & orientem porrecta
Dacia nunc Tranſyluania & Valachia
Myſia ſuperior nunc Seruia
Myſia inferior partim Boſna & Bulgaria
Tratia nunc Turtia
Cherſoneſus

In decima & vltima Tabula Europæ.

Macedonia
Epirus nunc Romania
Achaia
Euboea inſula Nigroponte
Peloponenſus nunc Morea
Creta inſula nunc Candia

EX QVARTO LIBRO

Ptolemæi prouinciæ Africæ undeam, in tabulis quatuor.

In prima Tabula Africæ.

Mauritania Tingitana, nunc Barbaria
Mauritania Cæſarienſis

In ſecunda Tabula Africæ.

Numidia

Digitized by Google

Afriaæ minor

In tertia Tabula Africæ.

Cirenaica quæ & Pentapolis
Marmarica
Lybia
Ægyptus inferior

In quarta Tabula Africæ.

Lybia interior
Æthiopia interior
Æthiopia ſub Ægypto

IN ASIA PROVINTIÆ QVAdraginta & octo, Tabulis duodecim.

Ex *quinto libro* Ptolemęi.

In prima Tabula Aſię.

Pontus & Bithynia
Quæ propriæ Aſiæ dicitur Turcia
Phrygia magna
Lycia
Galatia
Paphlagonia
Pamphilia
Capadotia
Armenia maior
Cilicia

In ſecunda Tabula Aſiæ.

Sarmatia Aſiatica

Colchis

In tertia Tabula Aſiæ.

Colchis
Iberia
Albania
Armenia magna

In quarta Tabula Aſiæ.

Cyprus Inſula
Syria
Syria paleſtina, quę uocatur Iudęa
Arabia petrea
Meſopotamia
Arabia deſerta
Babylonia

In quinta Tabula Aſię.

Aſſyria
Media
Suſiana
Perſis
Parthia
Carmania deſerta

In ſexta Tabula Aſiæ.

Arabia felix
Carmania

In ſeptima Tabula Aſiæ.

Hyrcania
Margiana
Bactriana
Sogdiana
Sacę
Scythia intra Imaum montem

In octaua Tabula Aſiæ.

Scythia extra Imaum montem
Serica Regio

In nona Tabula Aſiæ.

Aria
Paropaniſadę
Drangiana
Arachoſia
Gedroſia

In decima Tabula Aſiæ.

India intra Gangem

In vndecima Tabula Aſiæ.

India extra Gangem *Synarum regio.*

In duodecima Tabula Aſiæ.

Taprobana Inſula.

Quæcunq; igitur gentes ſubiacent Zodiaco, *ijs* Sol *ſit ſupra uerticem à* Borea *deſcendens ad* Auſtrum, *aſcendensq; ſimiliter, & alijs quidem ſemel in anno, alijs uero bis, Sunt autem omnes pariter qui ſub* Zodiaco *habitant ab occaſu ad ortum* Solis *uſq; nigri coloris, æthiopes, & præcipuæ qui ſub circulo æquinoctiali habitant, ij admodum nigreſcunt: qui autem extra lineam perpendicularem* Zodiaci *degunt, remiſſiores ſunt colore, & in altitudinem tendunt ſecundum diſtantiæ rationem, uſq; ad* Sarmatas Hyperboreas. *Eadem eſt ratio* Zodiaci *ab utraq; parte æquinoctialis, &* Boream *uerſus &* Auſtrum, *uſq; ad* Polus *utroſq;.*

DE PARALLELIS CIRculis. Cap. XV.

SAnè nec hoc prætereundum quòd ultra prædictos quinq; parallelos circulos, de quo cap. 4. diximus, alij & paralleli pro arbitrio ſcribi poſſunt, per ſingulos gradus. *Verum* Ptolemæus *in ſua libro* Coſmographico. 21. *tantum ſcripſit, incipiens ab æquinoctiali uerſus* Polum *arcticum, ita ut unuſquiſq; ab alio diſtet per horæ unius quartam. Eadem ratio eſt & ad antarcticum. Quamuis* Ptolemæus *ille* Peluſianus *in magna ſua conſtructione.* 33. *poſuit parallelos circulos. Æquinoctialis itaq; facit diem & noctem æquales ſemper, quoniam*

In eo tantum ſecat circulus Horizon *omnes orbes æquidiſtantes æquinoctiali in duo media, ut ſatis cap. 5. oſtenſum eſt. Et ſunt omnes portiones eorum quæ ſunt ſupra terram ſimiles & æquales portionibus quæ ſunt ſub terra. Vnumquenque autem orbium ei æquidiſtantium ab eo declinatorum qui ſunt præter ipſum in parte tam ſeptentrionali quàm meridionali* Horizon *ſecat in duas portiones diuerſas. Et erunt portiones quæ ſunt ſupra terram eorum qui ſunt in latitudine meridionali minores eijs quę ſunt ſub terra, & erunt dies breuioris temporis noctibus.* Sed *quæcunque portiones quæ ſunt ſupra terram in latitudine ſeptentrionali erunt dies longiores temporis noctibus.* Iam *ſequuntur paralleli cum gradibus latitudinis & horis longiſſimi diei.*

1. *Parallelus cuius longioris diei longitudo eſt. 12. horarum cum quarta horæ, quæ ſunt de horis æqualibus.* Diſtat *ab æquinoctiali ferè. 4 grad. 15. Deſcripta ſupra* Inſulam Taprobanam, *quæ apud* Ptol. *in magna conſtructione* Berbenis *dicitur.* 2. *Parallelus, longiſſima dies habet. 12. $\frac{1}{2}$. diſtantia ab æquinoctiali eſt. 8. gra. 25. mi. deſcripta ſuper ſinum* Aualiam. 3. *Parallelus long. di. 12. ho. tres quartæ, latitudo ipſius. 12. gra. 30 mi. deſcripta ſupra ſinum* Adulicum. 4. *Parall. dies long. 13. ho. lati. 16. g. 27. mi. ſupra inſulam* Meroen. 5. *Parall. ho. 13. mi. 15. lati. 20. gra. 14. mi. deſcripta per* Nabatha. 6. *Parall. ho. 13. $\frac{1}{2}$. lati. 23. g. 51. mi. deſcripta per* Syenen. 7. *Parall. ho. 13. 45.*

lati.27.gra.40.mi. deſcripta per Ptolemaidem quæ in Thebaida eſt, quæq́ Mercurij ciuitas appellatur.

8. *Parall.ho.14.latitudo.30.grad.22.mi.deſcripta per inferiorem Ægypti regionem.* 9. *Parall.ho.14.mi.15.lati.33.g.18.mi.deſcripta per medium* Phenicen.

10. *Parall.ho.14.mi.30.lati.36.per* Rhodũ *inſulã.*

11. *Parall.ho.14.mi 45.lat.38.g.35.per Smyrnen.*

12. *Parall.ho.15.lati.40.g.56.per* Helleſpontum.

13. *Parall.ho.15.mi.15.lat.43.g.5.mi.per Maſſiliã.*

14. *Parall.ho.15.$\frac{1}{2}$.lati.45.gra.mi.1.per* Pontum.

15. *Parall.ho.15.mi.45.lati.46.g.51.mi.per fontes* Danubij. 16. *Parall.ho.16.lati.48.grad.32.mi.* per Boriſthenis *oſtia.* 17. *Parall.ho.16.mi.15.lati.50.gra.15.mi.per paludes meotidas.* 18. *Parall.ho.16.$\frac{1}{2}$.lati.51.g.30.mi.ſupra* Auſtraliſſima Britanię.

19. *Parall.ho.16.mi.45.lati.52.g.50.mi.deſcripta ſupra oſtia* Rheni *fluuij.* 20. *Parall.ho.17.latitudo.54 grad 1.mi.deſcripta per egreſſiones* Tanais.

21. *& ultimus parallelus ho.27.mi.15.latitudo ab ęquinoctiali.55.graduum,deſcripta ſuper* Brigantium.

DE CLIMATIBVS. Cap. XVI.

Clima ſpatium terræ eſt inter duos Parallelos comprehenſum, in quo per dimidiam horam accidit uariatio longiſſimi diei, ac ita ęuenit ut ratio climatum dupla ſit ad parallelos, quoniam paralleli per quadrantes diſtant. Climata uero per horę unius partem di-

Digitized by Google

midiam. Cæterum tam paralleli quàm climata nomina ſua ſortita ſunt à locis inſignioribus, per quæ tranſeunt aut comprehendunt. Quod ſic intelligendum eſt. Clima eſt ſpatium terræ inter duos parallelos ſeu æquidiſtantes interceptum, in quo porrectiſſimi diei ab initio climatis uſq; ad finem eſt dimidiæ horæ uariatio, quia elegando ab ipſo æquatore (ut in præmiſſo cap. oſtenſum eſt) fiunt dies ſemper inæquales. Ideoq; *quanto plus clima ſeu regio climatis elongatur ab æquinoctiali uerſus ſeptentrionem uel meridiem, tanto ſunt dies longiores noctibus. Climata ſiue illas portiones denominarunt ueteres aſtrorum periti ab inſigni aut urbe aut fluuio, uel monte, ut ex ſequentibus patebit.*

Primum dicitur Dia Meroes, *quia medium primi climatis tranſit per* Meroen, *quæ eſt ciuitas* Africæ, *& ſic de cæteris intelligendum eſt.*

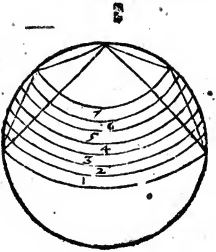
Primum	Dia Meroes *ciuitas* Africæ.
Secundum	Dia Syenes *ciuitas* Ægypti.
Tertium	Dia Alexandrias Metrop. Ægypti.
Quartum	Dia Rhodu *Aſiæ minoris* Inſula.
Quintum	Dia Rhomes *urbs* Euro *notiſſima.*
Sextum	Dia Boriſthenes *fl. mag.* Samartiæ.
Septimum	Dia Rhipheu *mons in* Samart. Eu.

Climata ad merid. Ptole. non poſuit, cum illud terræ quod cunq; eſt uix aut ægre habitatum exiſtimauit. Cæterum ut hic denominata ſunt climata ſept. pari itaq; modo propter terram nuper inuentam, in parte meridionali appel-

lari poſſunt Grȩca particula ἀντὶ, quȩ ſonat contra latinȩ.

Primum		Anti dia Meroes.
Secundum		Ante dia Syenes.
Tertium		Anti dia Alexandriae.
Quartum	Clima me-	Anti dia Rhodu.
Quintum	ridionale.	Anti dia Rhomes.
Sextum		Anti dia Boriſthenes.
Septimum		Anti dia Rhypheu.

Pro iſtarum tamen intellectu ſequens figura tibi inſeruiet.



IN QVO DIFFERVNT, INSVLA Peninſula, Iſthmus & continens. Cap. XVII.

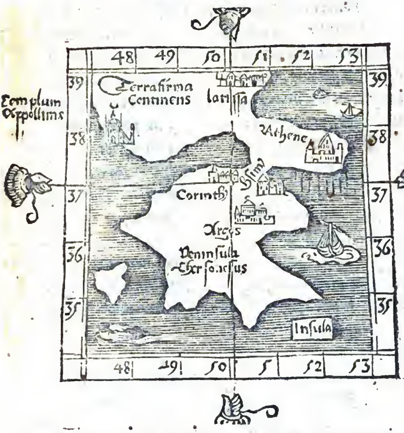
AB aquis igitur omnis terra quadrifariam ſecatur, Aut fit Inſula, aut Peninſula, aut Iſthmus, aut Continens. Inſula itaq; eſt ea pars terræ quæ à maioribus terræ partibus ſeiuncta undiq; aquis alluitur. Vt Rhodus, Sicilia, Corſica, Taprobana, Iaua, America, Islanda. Peninſula ſeu Cherſoneſus, quæ plane Inſula non eſt neq; Continens, ſed undiq; ferè aquis clauſa, aliqua tamen anguſtia continenti annectitur. Et ſunt quatuor inſigniores, Vt Peloponeſus arx totius Græcæ quondam dicta, nunc autem Morea dicitur, in Mari mediterraneo ſita. Aurea Cherſoneſus in mari Indico meridionali. Cymbrica in mare Germanicum ſeſe extendit. Thaurica Cherſoneſus in Pontum Euxinum circa Boſphorum Thracum procurrit, ubi & Mæotis exonerat Pontum, circa quam etiam Danubius cantatiſſimas Rhetiam, Boiariam quæ olim à Romanis & Græcis Vindelicia dicta eſt: utranq; Panoniam, Datiam & Miſiam præterfluens Pontum ſubit & emoritur. Iſthmus dicitur terra inter duo maria concluſa, proprie tamen iter ad Cherſoneſum porrigit. Vt Corinthiacus inter Achaiam & Peloponeſum quem nauigabili alueo Demetrius Rex, Dictator Cæſar, C. Princeps, Domitius Nero in fauſto ut omnium patuit exitu incepto perfodere tentauerunt.

De quib. lege Plin. naturalis hiſtoriæ lib. 4. cap. 4. Dorſum Arabię inter Sinum Arabicum & mare Ægyptiacum. Dania quæ ducit iter ad Cymbros, & tota Italia. Continens dicitur omnis terra ſolida ſiue fixa, quæ nec Inſula, nec Peninſula, nec Iſthmus eſt. Sed tota ſibi conſtat & cohæret: quamuis interdum (quòd nullius eſt momenti) ſinibus maris fracta conſpiciatur: Vt Miſnia, Saxonia, Boiemia, Franconia, Boiaria, Dacia, Turingia, Pannonia, Sueuia &c.

Ecce ſummariam diuiſionem.

Omnis terra eſt.	Aut Inſula.	America, Sicilia, Iaua, Rhodus
	Aut Peninſula	Morea, Thauricâ Cher., Aurea Cher., Cimbrica Cher.
	Aut Iſthmus	Corinthiacus, Dorſum Arabi., Italia, Dania
	Aut continens	Miſnia, Pannonia, Boiaria, Saxonia

Figura huius diuiſionis tibi hic ab oculos poſita eſt.



DE VSV TABVLARVM PTOLE.

& qualiter uniuſcuiuſq; regionis, loci aut oppidi ſitus in illis ſit inueniendus. Ca. XVIII.

INueſtigaturus itaq; alicuius oppidi ſitum in tabulis Ptolemæi. Elicias in primis gradus longitudinis & latitudinis ex abaco: regionum, prouinciarum, & oppi-

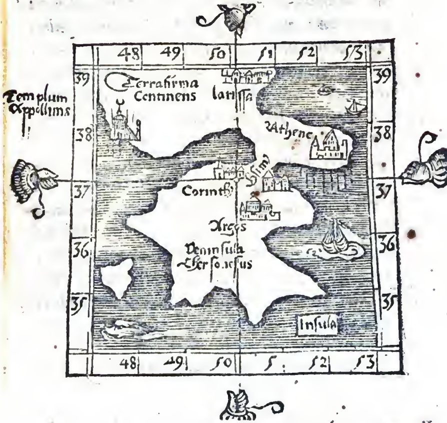
Digitized by Google

dorum, qui frequenti diſpoſitione hoc modo ordinantur. Vt loco primo eorum nominibus ſcripta cernantur. Deinde in directo cuiuslibet loci ſiue oppidi ſcribitur primo ordine eius longitudo in gradibus & minutis. Secundo autem ordine eius latitudo ſcribitur conſimiliter in gradibus & minutis. Quibus habitis quære in tabula ſibi competenti longitudinis quidem gradus in capite tabulæ ſeu parte ſeptentrionali, conſimiliter in pede ſeu meridionali parte: Gradus uero latitudinis & eius partes quære in reliquis duobus lateribus parte ſcilicet orientali & occidentali: & ut certior reddaris terminis ſigna delibilia adijcito. Deinde expande filium ſuper puncta longitudinis in ſuperiori & parte inferiori, filo ſic incuriato, Fac ut alius aliud per puncta latitudinis filum extendat: locus in quo fila ſeſe interſecauerint erit locus aut ſitus oppidi illius aut habitationis, quam inueſtigare optaueras.

Gratia autem lucidioris intelligentię ſequitur
ſchema cum quibuſdam locis, in quibus
ſtudioſus Geographię ſe ſatis
exercere poteſt.

Templum Appollinis in Epiro. long. 47. 30. lati. 37. 50.
Lariſſa ciuitas Mecedonię, long. 50. 50. lati. 38. g. 50.
Athenæ C. Achaiæ, habet in long. 52. g 30. lati. 37. 25.
Corinthus C. Peloponeſi. in long. 50. g. 10. lati. 37. g. 0.
Argos ciuitas Peloponeſi. 50. gra. 55. lati. 36. gra. 20.

Intellectum illius hæc tibi præſtabit figura.



DE PERIOECIS, ANTOECIS, Antipodibus ſiue Antichthonibus, Periſcijs, & Amphiſcijs. Cap. XIX.

Omnis igitur terra quadrifariam diuiditur: Autores enim puta Cleomedes & alij faciunt ſub quolibet meridiano, & ad quemlibet punctum cuiuſ-

uis meridiani quatuor habitationes, habentes quandam inter ſe rationem ſeu proportionem. Quarum primam nos incolimus, etiam pro prima habitatione poteſt accipi quilibet locus ſeu punctus in toto terrarum orbe, Alteram habitant illi, qui periœci, ideſt circuncolę appellantur. Tertiam uero habitationem Antœci, ideſt anticolæ poſſident. Quartam & ultimam regionem ſeu habitationem homines, quos Antichthones ſiue Antipodes uocitamus, tenent.

Antipodes dicuntur qui nobis è diametro ueſtigia obuertunt, & ſimilem cœli uerticem ſemper æque ut nos uident. Et cum illis nihil commune habemus ſed contraria omnino: quia cum nobis Sol æſtatem efficit, illos dura hyems opprimit. Et cum apud nos dies habetur, Antipodibus certe nox efficitur: Contra, quando illis dies eſt, nobis reditur nox. Quando nos diem agimus longiſſimum, apud illos nox longiſſima breuiſſimaq; dies ſtatuitur. Non utiq; dubites ſuauiſſime Lector, quod Apoſtoli Chriſti inter ſe fuiſſent Antipodes, qui conuerſis inter ſe pedibus ſtare ſolent: ſi Iacobus maior frater Ioannis Euangeliſtæ filius Zebedei auram ſpiraſſet in Gallitia, ubi nunc corpus ipſius (ut dicunt) requieſcit: ſicut Thomas Apoſtolus in India ſuperiori. Certe Indi (quia diametrantur ferè) Hiſpanorum ſunt Antipodes & ueſtigia Hiſpanis & econtra, Hiſpani Indis obuertunt, & terram æque calcare ſolent, quamuis non adeo præciſe ſecundum di-

metientem, tamen hac in re nihil diſtare uidentur, Antipodesq; dici debent. Hoc idem *uerisſimus ille* Strabo *autor non pœnitendus affirmat dicens.* Antipodes *inter ſe quodammodo neſtij eſſe non ſumus.* De *quibus lege* Plinium *naturalis hiſtoriæ lib. 2. cap. 67.* Volateranum *&* *omnes ferè* Geographos.

De Periœcis.

Periœci ſiue circuncolæ dicuntur, qui eodem ſub meridiano, eodemq; parallelo circulo manent, Cumq; illis communia ferè omnia habemus, quum eandem ſimul Zonam *incolimus,* Et *paria nobiſcum agunt anni tempora, ſcilicet* Hyemem, Æſtatem, Autumnum, *&* Ver. Pariter *dierum noctiumq; diuerſitates, hoc eſt incrementa & decrementa, & huiuſmodi alia.* Hoc *tamen diſcriminis eſt, quod cum* Sol *nobis diem efficiat, apud illos noctem eſſe ratio ipſa demonſtrat.* Tamen *non eodem temporis momento occidit nobis* Sol *& illis oritur.*

De Antœcis.

Antœci ſiue Anticolæ *dicuntur, qui in eodem circulo meridiano noſtro lateri aſtant, latitudinem* Auſtrinam *latitudini noſtræ æqualem, conſimiliter æqualem longitudinem habentes.* Qui *etiam paria nobiſcum tempora agunt, ſed non pariter.*

RVDIMENTA COSMOGRAPHIÆ.

De Periſcijs.

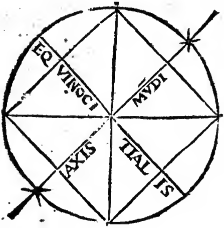
Periſcij dicuntur qui ſub Polis mundi conſtituti ſunt. Ita dicti ratione umbræ: quia illis molarum more per medium anni circulum umbra circumuoluitur.

De Amphiſcijs.

Amphiſcij uero dicuntur manentes ſub æquinoctiali circulo, quos Sol quatuor umbris uerberat.

Locus habitationis.

Antæci.



Pœreci.

Antipodes.

Venetijs per Io. Antonium de Nicolinis de Sabio, ſumptu & requiſitione D. Melchioris Seſſæ. Anno Domini.
M D X X X V.
Menſis Ianuarij.

1401065

Digitized by Google

Digitized by Google



Digitized by Google

PROBLEMATA

Ab Anonymo Geometra

Lugduni Batauorum

propoſita

A PAVLO CASATO

SOCIETATIS IESV

PLACENTINO

Parmæ explicata.

PARMÆ, M. DC. LXXV.

Apud Petrum à Frate,& Galeatium Roſatum.

Superiorum Permiſſu.

Digitized by Google

1401066

Digitized by Google

GEOMETRA

Poſt Tabulam latens, quæ ſequuntur Problemata

Matheſeos Profeſſoribus reſoluenda proponit.

1 DAta Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione, quam habet alterutrum laterum circa verticem ad differentiam eorumdem, datoque alterutro angulorum ad Baſim, reperire triangulum.

2 Data Differentia Segmentorum baſeos, vnà cum Ratione, quam habet laterum aggregatum circa verticem ad lineam aliquam datam, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

3 Data Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione, quam habet aggregatum laterum circa verticem recta data multatum ad rectam aliquam itidem datam, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

4 Data Differentia Segmentorum Baſeos vnà cum Ratione, quam habet differentia laterum circa verticem ad alterutrum laterum, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

5 Data Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione, quam habet laterum aggregatum circa verticem ad alterutrum è lateribus, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

6 Data Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione, quam habet rectangulum ſub lateribus circa verticem ad datum planum, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

7 Data Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione, quam habet quadratum vnius è lateribus circa verticem auctum rectangulo ſub iiſdem, vel plano vtcumque eiuſdem multiplici, ad quadratum alterius lateris, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

8 Data Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione, quam habet quadratum lateris alterutrius circa verticem ad rectangulum ſub aggregato ex differentia prædicta, & latere minori, & ſub eadem quoque differentia, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

9 Data Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione, quam habet quadratum aggregati ex prædicta Differentia, & latere alterutro circa verticem ad exceſſum, quo idem ſuperat quadratum prædictæ differentiæ, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

10 Data Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione, quam habet aliquota pars rectanguli ſub lateribus circa verticem datum planum aſſumens ad aliud datum itidem planum, datoque alterutro angulorum ad Baſim, reperire triangulum.

11 Data Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione; quam habet aggregatum quadratorum è lateribus circa verticem ad datum planum, datoq; alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

12 Data Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione, quam habet quadratum aggregati laterum circa verticem aſſumens datum planum ad datum itidem planum, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

LVGDVNI BATAV. M.DC.LXXV.
Ex officina Iohannis Elzevir Academiæ Typographi.

Digitized by Google

NVperrimè meas ad manus deuenere duodecim hęc Problemata Lugduno Batauorũ ad Chriſtophorum Sadlerum Auguſtam Vindelicorum tranſmiſſa, vt ea Germanis, atque Italis Matheſeos Studioſis communicaret. Hæc ille Florentiam deſtinauit Antonio Magliabechi; à quo Piſas ad Alexandrum Marchettum in celeberrima illa Academia Ordinarium Philoſophiæ Profeſſorem directa ſubiere ingenij incudem, & ſex priora ab eodem reſoluta publicam lucem Typis impreſſa viderunt: Eorumque exemplar cum ad me ineunte hoc Iunio, quo exeunte huic lucubratiunculæ finem impono, veniſſet, eiusdem CL. V. Antonij Magliabechi humanitate, illicò excitatus ſum, vt ſi qua nanciſci poſſem vacua horarum reſegmina, genio indulgerem huiuſmodi Problematum ſolutionem quæritans. Quid præſtiterim, quàm breuiſſimè potero, exponam; & claritati inſeruiens, eandem illam methodum, qua Analyſtarum more vſus ſum in aliquibus lineis inueniendis, hic adhibebo: neque enim artem velando arti pretium facere animus eſt; ſed vtilius accidet Matheſeos Candidatis, ſi his quaſi exemplis manuducantur ad inuenienda ea, quæ Quæſtioni ſubijciuntur.

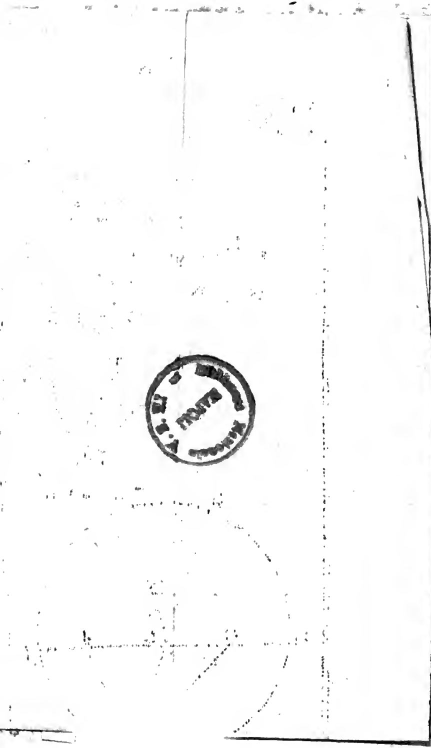
Vnum

Vnum eſt, quod initio monitum te velim, Amice Lector; me ſcilicet non ſatis probare poſſe Anonymi Geometræ formam, qua ſua hæc Problemata propoſuit abſque vlla præuia explicatione, cuius ope ſufficienter determinata examinari poſſent. Cum enim in omnibus ponatur baſis in ſegmenta inæqualia diſtingui, incertum eſt, an illa Segmẽtorum diſtinctio omninò ex arbitratu pendeat, an verò certam aliquam legem ſubeat.

Quod ſi baſim pro libito in partes diſtinctam velit à linea in baſim deſcendente ex angulo verticali, quem ſine lege diuidat inæqualiter, & ad angulos ſine vlla lege inæquales incidente in baſim; quis non videat quàm incerta res ſit, nec vllam certam ſolutionem recipiat?

Sin autem Angulus verticalis à linea in baſim deſcendente bifariam in angulos æquales diuidatur, ea eſt Segmentorum baſis ratio, quæ inter ipſa latera intercedit, ex 3. lib. 6. Elem. nec iam per plura vagandi locus patet, cum certis quibuſdam terminis Problema coerceatur.

Verùm non hanc fuiſſe Anonymi Geometræ mentem mihi facilè perſuadeo, quia hæc anguli verticalis in partes æquales diuiſio rarò vſurpatur; cum tamen frequentiſſima ſit hy-



ratur;
ſim ad
ticali.
is ſeg-
o in il-
a ſunt
es non
r expli-
aduer-

uſpicor
nſuræ;
dendo,
inueni-
luenda
erit ex

na cum
n circa
ad R,
ulò-
m.

ad late-
o *lateris*
noris

minoris ad latus maius eſt S ad S † R.

Sit datus maior angulus B A C adiacens lateri minori; Super data ad libitum recta A C deſcribe Segmentum circuli capiens angulum æqualem dato angulo, ex 33. lib. 3. Elem. quod ſit A C D. Tum fiat, vt S † R ad S; ita C A, ad C D; quæ per 1. lib. 4. elem. in dato circulo accommodetur; & ducta recta A D, angulus C D A æqualis eſt dato angulo B A C. Quare triangulum A C D habens vnum angulum D æqualem vni angulo trianguli quæſiti, & latera A C, & C D proportionalia lateribus quæſiti trianguli, per 7. lib. 6. Elem. ſimile eſt quæſito Triangulo.

Facto igitur C centro, & interuallo C D, deſcribatur circulus, qui ſecans reliquum latus, & baſim, determinabit E A differentiam laterum, & F A differentiam Segmentorum baſis factorum a perpendiculari C G.

Iam verò cum data differentia ſit Z, fiat vt F A differentia ad A D baſim, ita Z hoc eſt I O ad baſim H I; & vt A D ad D C, ita H I ad H L; ſitque angulus H æqualis dato angulo; quare ſi ducatur recta L I, erit triangulum H L I ex 6. lib. 6. Elem. ſimile triangulo A D C; & quia I O æqualis eſt datæ Z, totum triangulum H L I illud eſt, quod quæritur.

Quod

Digitized by Google

Quod ſi datus minor angulus adiaceret lateri maiori, fiat ſimiliter ſegmentum capiens datum angulum B A K, & vt S ad S † R, ita A K chorda ſegmenti ad latus adijciendum K D, & erit pariter triangulum A K D ſimile triangulo quæſito, quod eadem methodo inuenitur iuxta menſuram homogeneam datæ differentiæ Z, ſcilicet H L I, in quo latus H L ad laterum differentiam N I, eſt vt S ad R, & angulus H vel I eſt datus, & ſegmentorum baſis H M, & M I, differentia eſt O I æqualis datæ differentiæ Z. Quod erat faciendum.

PROBLEMA II.

Data (Z) Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione (R ad S) quam habet laterum aggregatum, circa verticem ad lineam aliquam datam (D), datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

Fiat vt S ad R ita D linea data ad aliam lineam, nempe A B, & hoc eſt aggregatum laterum quæſiti trianguli; quæ diſtinguere oportet.

Si datus angulus adhæreat lateri maiori, conſtituatur ad A, & ſit B A C. Tum datæ Z aſ-

ſumatur

ſumatur æqualis A E; & ducta E B diuidatur bifariam à perpendiculari F G, quæ occurrit rectæ A B in G. Ducatur E G, & per 4. lib. 1. Elem. triangula E F G, & B F G rectãgula ad F habent baſes B G, & E G æquales. Propterea facto centro G, interuallo G B deſcribatur circulus, qui tranſibit per E, & ſecabit indefinitam A C in I. Ducta itaque linea G I, erit triangulum A G I quod quæritur: eſt enim A G I aggregatum laterum, quod eſt æquale ipſi A B, atque adeò per 7. lib. 5. Elem. habet ad datam lineam D, rationem datam R ad S, & angulus A eſt datus, & A E differentia Segmentorum A H, & I H, eſt aſſumpta æqualis datæ Z.

Quod ſi datus angulus adhæreat lateri minori, data eadem Z differentia Segmentorum, & inuento aggregato laterum eadẽ rectà A B, ducatur indefinitè recta M O, in qua ſumatur M E æqualis datæ differentiæ Z. Tum ad E ſtatuatur angulus C E K æqualis dato angulo; ſit autem E K æqualis inuento laterum aggregato, quod erat A B. Iungantur extremitates rectà M K: deinde angulo M K E fiat æqualis angulus K M G (eſt autem aggregatum laterum maius tota baſi quæſiti trianguli per 20. lib. 1. Elem. ac proinde multò maius quam baſis pars M E,

adeoque

adeòque K E ſubtendit maiorem angulum E M K; ex quo fit rectam M G cadere in G inter E, & K) & erit per 6.lib.1.Elem. M G æqualis ipſi G K; & addita communi G E erit M G E æqualis ipſi E K aggregato laterum.

Demum centro G interuallo G E deſcribatur circulus ſecans indefinitam M G in I; & ducta recta G I dabit triangulum M G I, quod quæritur, in quo G I æqualis ipſi G E ductæ ex eodem centro, ſi addatur communis G M dabit M G I aggregatum laterum æquale ipſi M G E, hoc eſt E K, hoc eſt A B; angulus G I E per 5. lib. 1. Elem. æqualis eſt angulo G E I, hoc eſt angulo dato; Demum M E differentia Segmentorum baſis factorum à perpendiculo cadente ex G in baſim eſt data Z: & M G I ad datam lineam D habet Rationem datam R ad S. Quod erat faciendum &c.

PROBLEMA III.

Data (Z) Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione (R ad S) quam habet aggregatum laterum circa verticem rectà (B) datà multatum, ad rectam aliquam (D) itidem datam, datoque alterutro angulorum ad Baſim, reperire triangulum.

Pona-

POnatur aggregatum laterum Algebricè A: igitur A —— B, ad D eſt vt R ad S. Ergò R in D æquatur A in S —— B in S; & facta Antitheſi R in D † B in S æquatur A in S. Inueniatur linea, cuius quadratum æquale ſit rectangulis R in D † B in S. (nimirum inter R, & D inueniatur media proportionalis K, atque inter S & B media L, quæ ad angulum rectum conſtitutæ iungantur rectà X, & eſt X quadratum æquale K quadr. † L Quadr.) & eſt æquatio inter A in S, atque X quadr.

Igitur reuocata ad Analogiam æquatione eſt vt S ad X, ita X ad A aggregatum laterum, quæ ſit recta A I; ex qua ſi auferatur data recta B, hoc eſt A C, reſiduum C I ad datam rectam D habet datam Rationem R ad S.

Iam itaque dato A I aggregato laterum, data Z differentia Segmentorum baſis, datoque alterutro angulorum ad baſim, facile eſt exhibere triangulum quæſitum ex dictis problem. 2. nota enim Ratio aggregati laterum ad lineam D datam.

PRO-

Digitized by Google

PROBLEMA IV.

Data Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione, quam habet differentia laterum circa verticem ad alterutrum laterum, datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

SOlutum eſt hoc Problema ex primo; quia ſi datur hic Ratio differentiæ laterum ad alterutrum latus, datur conuertendo etiam Ratio alterutrius lateris ad differentiam laterum, vt in primo.

PROBLEMA V.

Data (Z) differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione (R ad S), quam habet aggregatum laterum circa verticem ad alterutrum è lateribus, datoque alterutro angulorum ad Baſim, reperire triangulum.

QVia latera inæqualia ſunt (nam & ſegmẽta baſis inæqualia ponuntur) conſtat in laterum aggregato contineri latus minus bis, & præterea differentiam laterum. Si igitur aggregatum ad latus minus ſit vt R ad S, auferatur S ex R bis, ſcilicet T V,

&

& V X, remanetque R X, quæ exhibet differentiam laterum. Quapropter data eſt Ratio lateris maioris ad differentiam laterum, nimirum R V ad R X, & ratio lateris minoris ad laterum differẽtiam, ſcilicet S ad R X. Soluitur ergo Problema hoc, vt in primo ex data Ratione alterutrius lateris ad differentiam laterum.

Quod ſi Ratio data R ad S eſſet aggregati ad latus maius, auferatur S ex R, & remanet O I, quæ exhibet latus minus; quod iterum demptum ex maiore relinquit differentiam R E.

PROBLEMA VI.

Data(Z) differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione(R ad S) quam habet rectangulum ſub lateribus circa verticem ad datum planum(O), datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

PRimùm inueniatur linea potens quadratum æquale plano dato O, & ſit recta M Deinde vt S ad R, ita M fiat ad N. At Quadrata M & N, ſunt in duplicata ratione M ad N; propterea ſit media proportionalis L; & erit quadratum M ad Quadratum L, vt M ad N, hoc eſt, vt S ad R. Et quoniam

Qua-

Quadratum ipſius M ex cōſtructione æquale eſt dato plano O, etiam quadratum ipſius L æquale erit rectangulo ſub lateribus, inter quæ latera ipſa linea L eſt media proportionalis; atque adeò aggregatum laterum maius eſt quam ipſa L bis ſumpta. ex 25. lib. 5. Elem.

Et quidem ſi nota eſſet laterum differentia, aut ſaltem Ratio illius ad Z, facile eſſet inuenire laterum aggregatum; nam quadratum differentiæ laterum adiunctum quadruplo rectangulo ſub lateribus æquale eſt quadrato aggregati laterum (vt colligitur ex theoremate propoſit. 13. in Notis prioribus ad Logiſt. Spec. *Vietæ*) ac propterea linea L duplicata dans quadratum æquale quadruplo rectangulo ſub lateribus ſi perpendicularis ſtatueretur ad differentiam laterum, hypothenuſa daret aggregatum laterum. Datis autem laterum aggregato, aut eorum differentia, & rectangulo ſub lateribus, facile eſt ipſa latera inuenire.

Sed hic inter infinitas laterum combinationes, quorum media proportionalis ſit L, nulla habetur determinatio niſi ab angulo, & longitudine datæ lineæ Z.

Quare ſi datus angulus opponatur lateri maiori, ducatur recta I H, quæ ſit dupla inuentæ

mediæ

mediæ L: diuidatur bifariam in G, ex quo puncto perpendicularis G S ducatur: & in G cõſtituatur angulus A G I dato angulo æqualis, & aſſumatur G D æqualis datæ differentiæ Z. Tum in G S aſſumatur punctum (quod ſit O) quo facto centro deſcribatur circulus per extremitates I & H tranſiens talis magnitudinis, vt rectam A G productam ita ſecet in A & B, vt ipſi G B æqualis ſit diſtãtia D A. nam G B, & G A, hoc eſt D A, & A F (facto ſcilicet centro A, interuallo A G deſcribitur circulus ſecans rectam I H in F, & eſt triangulum A F G Iſoſceles) ſunt latera quæſita, & eſt triangulum D A F. Quia ſcilicet, ex 35. lib. 3. Elem., rectangulũ ſub A G, & G B æquale eſt rectangulo ſub I G, & G H, hoc eſt quadrato mediæ inuentæ L. At ipſi A G æqualis eſt A F, & ipſi A D æqualis eſt G B ex conſtructione; ergo rectangulum ſub D A, & A F lateribus eſt æquale quadrato mediæ L; angulus A F D æqualis eſt ipſi A G F, per 5. lib. 1. Elem. hoc eſt angulo dato, & differentia Segmentorum eſt G D aſſumpta æqualis ipſi Z datæ. Igitur & rectangulum ſub lateribus habet ad datum planum O Rationem datam.

Simili vtendũ eſt methodo, ſi datus angulus opponatur minori lateri; nã in D cõſtituitur an-

gulus G D A dato angulo æqualis,& aſſumpto puncto O tanquam centro deſcribitur circulus ita ſecans in A rectam D A, vt deinde ex A ducta A B per G, ſit Segmentum G B æquale ipſi D A.

Non eſt tamen hic diſſimulandum operoſam valdè eſſe inuentionem Centri O, ſed illam pluribus hìc explicare non vacat. Vt facilior eſſet Problematis ſolutio, aliquam aliam determinationem dari oporteret.

At verò dato vno angulorum, & adiacente latere, atque rectangulo ſub reliquis lateribus, ſi aut vnum angulum reperias, aut vnum latus, inuentum erit triangulum Arithmeticè per Trigonometriam. Nam ſi ad numeros reuocetur Ratio data R ad S, quæ ſit 20. ad 7, Planum autem datum ſit 49, erit rectangulum ſub lateribus 140. In triangulo igitur G A D data Z hoc eſt G D in menſura homogenea lateribus dati plani, eſt ex hypotheſi 6. latus A G ponatur Algebricè 1℞; ergò latus A D eſt $\frac{140}{1℞}$. Si itaque datus angulus lateri A D oppoſitus ſit gr. 60. notus eſt angulus A G D gr. 120. Quare vt $\frac{140}{1℞}$ ad 6. ita Sinus dati anguli 86602. ad 3711 : $\frac{1}{2}$ ℞. Sinum anguli G A D.

Quia

Quia ergo per 1 ℞ ducendus eſſet numerus $3711\frac{1}{2}$, accipio in Canone Sinuum Sinum auctum ad dexterã adhuc alia figura, & reperio eſſe Sinũ gr.21.m.47.ſec.10.quę eſt mẽſura anguli G A D; remanet igitur angulus G D A gr.38.m.12.ſec.50.Quare ad D facto angulo G D A gr.38.m.13.habebitur punctũ A, atque adeò per tria puncta I A H deſcribetur circulus, cuius centrum eſt O.

Ideo autem inuentus numerus 3711. immutatus augetur vna figura, quia Radix 140, hoc eſt linea L inuẽta, eſt 11 $\frac{83}{100}$ Quod ſi prima figura radicis quadratæ eſſet 3, aut 2, numerus inuentus eſſet triplicandus, aut duplicandus; Si quidem Radix non excedat duas figuras. Non tamen per totam Radicem multiplicatur, quia inæqualia ſupponuntur latera; & latus minus trianguli quæſiti exceditur à Radice, quæ eſt inter latera medio loco proportionalis, Sed quia ignoratur, quænam ſit ſecunda figura addenda, vt numerus inuentus multiplicetur, propterea inuenitur aliquando Sinus paulo minor iuſto, & angulus aliquot minutis deficere poteſt.

Similiter datus angulus minori lateri A G oppoſitus ſit GDAg.38.m.13.&GD ſit 6.Ponatur A G 1. ℞, & fiat vt 1. ℞ ad 6, ita dati anguli

Sinus 61863 ad aliud: prouenit $\frac{37117}{1}\frac{8}{R}$; atque adeò facta diuiſione per 1 ℞ demendo vltimam figuram, remanet 37117 Sinus anguli G A D gr. 21. m. 47. contēptis ſecundis. Quare angulus reliquus D G A eſt gr. 120. & Linea huiuſmodi angulum in G conſtituens occurrit rectæ D A in A, vt priùs, & facile erit reperire punctum O ex dictis.

Fateor hic non haberi Geometricam præciſionem: ſed hanc methodum indicare placuit, quia ad Praxim ſufficit pro inueniendo centro circuli requiſiti in conſtructione Problematis. Inueniuntur autem latera in menſura homogenea differentiæ Z; ſi fiat vt 37117 ad 6, ita 61863 ad 10, & ita 86602 ad 14, quæ ſunt latera rectanguli 140.

PROBLEMA VII.

Data (Z) Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione (R ad S), quam habet Quadratum vnius è lateribus circa verticem auctum rectangulo ſub iiſdem, vel plano vtcumque multiplici, ad quadratum alterius, datoque alterutro angulorum ad Baſim, reperire triangulum.

Certum

CErtum eſt rectangulum ſub lateribus eſſe medio loco proportionale inter ipſa quadrata laterum: igitur quadratum vnius lateris plus rectangulo ſub lateribus eſt aggregatum primæ, & ſecundæ proportionalis, & tertia eſt quadratum reliqui lateris: ergo etiam R ad S eſt ratio aggregati primæ, & ſecundæ, ad S tertiã. Quare prima ſit R – A, ſecunda ſit A, tertia erit S. Igitur R in S – A in S æquatur A quadrato: & facta Antitheſi, A quadratum † A in S ęquatur S in R. Atqui inter R & S inuenta V media proportionali, eſt V quadratum ęquale S in R: Igitur V quadrato ſi addatur quadratum ſemiſſis coëfficientis S, habetur quadratum, cuius latus eſt A † $\frac{1}{2}$ S.

Fiat itaque triangulum, cuius Baſis H B æquadis ſit lineæ V, perpendiculum C H æquale ſemiſſi ipſius S; nam duobus quadratis baſis, & perpendiculi, æquale eſt quadratum hypothenuſæ C B, cuius quadrati latus eſt A † $\frac{1}{2}$ S. Ablata igitur C D æquali ipſi C H, hoc eſt ipſi $\frac{1}{2}$ S, remanet D B ęqualis ipſi A ſecũdæ proportionali: & ablata D B ex R, remanet R D prima, D B ſecunda, & S eſt tertia proportionalis. Quare vnius lateris quadratũ

ad quadratum reliqui lateris eſt vt R D ad S: & quoniam Ratio laterum eſt ſubduplicata Rationis quadratorum, Ratio laterum quæſiti trianguli eſt vt R D ad D B.

Porrò nota Ratione laterum innoteſcit Ratio differentiæ illorum ad alterutrum latus, & ſic per Problema primum innoteſcit quæſitum triangulum.

Quod ſi quadratum lateris intelligatur auctum rectangulo multiplici rectanguli ſub lateribus, eadem eſt methodus inueniendi Rationem laterum. Sit illud rectangulum quadruplex. Igitur ſunt tres continuè proportionales, prima R — 4 A, ſecunda A, tertia S. & demũ æquatio erit inter R in S, atque A quadr. † 4 A in G: & addito quadrato ſemiſſis coefficientis (hoc eſt quadrato ipſius 2 S) erit R in S † 4 S quadr. æquale quadrato, cuius latus eſt A † 2 S; & dempto 2 S remanet A.

Vt autem res hæc clarius etiam Tyronibus innoteſcat, explicetur in numeris. Sit in primo exemplo Ratio R ad S vt 10 ad 9: ergò R in S eſt 90; addatur $\frac{1}{4}$ S quadr. ſcilicet 20 $\frac{1}{4}$, ſumma eſt 110 $\frac{1}{4}$, hoc eſt $\frac{441}{4}$, cuius radix eſt

eſt $\frac{21}{2}$, ex qua auferatur ſemiſſis ipſius S coëfficientis 9, nimirum 4 $\frac{1}{2}$, remanet A 6. Igitur R — A eſt 10 — 6, hoc eſt 4; atq; adeò Ratio quæſita laterum trianguli eſt 4 ad 6, hoc eſt 2 ad 3.

In ſecundo autem exemplo, vbi ponitur rectangulum quadruplex, ponamus Rationem R ad S eſſe vt 28 ad 9. Igitur R in S 252; ſemiſſis coëfficientis 4 S, eſt 2 S, hoc eſt 18, cuius quadratum 324: horum ſumma eſt quadratũ 576, cuius Radix eſt 24, ex qua dematur 2 S, hoc eſt 18, remanet A 6 media proportionalis quęſita. Quia igitur R — 4A eſt 28 — 24, prima eſt 4, A ſecunda eſt 6, tertia S eſt 9; & Ratio laterum trianguli quæſita eſt 2 ad 3, quadratum primi lateris 2 eſt 4, rectangulum ſub lateribus 2 & 3 eſt 6, cuius quadruplex eſt 24, additumque illi quadrato 4 fit 28; quadratum reliqui lateris 3 eſt 9. Vel retentis prioribus terminis, primi lateris 4 quadratum eſt 16, rectangulũ ſub 4 & 6 eſt 24, cuius quadruplex 96 additum 16 dat ſummam 112, quæ ad ſecundi lateris 6 quadratum 36 habet Rationem 112 ad 36, hoc eſt 28 ad 9.

PROBLEMA VIII.

Data(Z) Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione (R ad S), quam habet quadratum lateris alterutrius circa verticem ad rectangulum ſub aggregato ex differentia prædicta, & latere minori, & ſub eadem quoque differentia(Z), datoque alterutro angulorum ad Baſim, reperire triangulum.

Sit Antecedens Rationis Quadratū lateris minoris, & ipſū latus minus ponatur eſſe A: aggregatum ex illo, & data Z differentia, eſt Z † A, atque adeò rectangulum ſub hoc aggregato, & eadem differentia, eſt Z quadr. † Z in A: igitur A quadrat. ad Z quadrat. † Z in A eſt vt R ad S; & conuertendo, atque componendo Z quadr. † Z in A † A quadr. ad A quadr. eſt vt S † R ad R. Atqui tria illa plana ſingularia Z quadr., A in Z, A quadr. ſunt continuè proportionalia.

Eſt igitur Ratio ſummæ trium proportionalium ad tertiam: ergo etiam S † R eſt ſumma trium proportionalium, quarum tertia eſt R, & aggregatum primæ, atque ſecundæ eſt S. Sit itaque prima S— E ſecūda E, tertia R: demum æquatio eſt inter E quadr. † E in R, atque S in R.

Quare

Quare (methodo in ſuperiori Problemate indicatà) inuenitur E, quæ eſt media inter S — E, & R. Igitur Z quadr. ad A quadr. eſt vt S — E ad R: & quoniam latera ſunt in ſubduplicata Ratione quadratorũ, erit Z ad A, vt S — E ad E. Fiat itaque vt S — E ad E, ita data Z ad aliud, & proueniet A latus quæſitum minus.

Inuento latere, vt fiat quęſitum triangulum, accipiatur B G in linea recta indefinita æqualis datæ Z, & ſi quidẽ minori lateri adiaceat angulus datus, fiat angulus F G A æqualis dato angulo, & ſit G A æqualis inuento lateri A; atque ducatur recta A B. Tum centro A, interuallo A G, deſcribatur circulus ſecans rectam B G productam in F, & ducta recta A F habetur quæſitum triangulum F A B, in quo angulus A F B (vt pote æqualis ipſi F G A per 5. lib. 1. Elem.) eſt datus, B G eſt Segmentorum Baſis differentia data, & quadratum A F æqualis inuentæ lineæ A ad rectangulum ſub G B, & G B plus F A eſt vt R ad S; vt patet relegendo veſtigia, per quæ inuentum eſt latus A.

Sin autẽ angulus datus adiaceat lateri maiori, conſtituatur illi angulo æqualis G B D: tum inuentæ lineæ A accipiatur æqualis G A, & ex G deſcripto arcu ſtatuatur ita, vt occurrat rectæ D B in A. Facto centro A, interuallo

lo A G, deſcribatur circulus ſecans rectam B G productam in F, & ducta A F, erit F A B triangulum quæſitum.

Verùm ſi Ratio data R ad S ſit, quam habet quadratum lateris maioris ad idem rectangulum Z quadr. + Z in A, poſito A latere minori, ea, quæ data ſunt, non ſufficiunt ad determinanda latera, cum vtraque ſint prorſus ignota, vt conſtabit, ſi latus minus, ſit A, latus maius ſit E; quia vt E quadr. ad Z quadr. + Z in A, ita R ad S, & nunquam aliquid certum deprehenditur,

Quod ſi detur etiam Ratio ipſius Z ad differentiam laterum, quæ ſit linea B, iam habetur id, quod ſatis eſt ad inueniendum latus minus A, quo cognito Problema ſoluitur, vt dictum eſt. Eſſet enim latus maius A + B; igitur A quadr. + 2 B in A + B quadr. erit ad Z quad. + Z in A, vt R ad S, ex hypotheſi; ergo etiã A quadr. in S + 2 B in S in A + B quadr. in S æquatur Z quadr. in R + Z in A in R. Facta Antitheſi A quad. in S + 2 B in S in A — Z in A in R ęquatur Z quadr. in R — B quad. in S. Et per Paraboliſmum omnibus ad S applicatis, A quadr. + 2 B in A — $\frac{Z \text{ in } R}{S}$ in A ęquatur $\frac{Z \text{ quad. in } R}{S}$ — B quad. Quibus ſic ſtantibus coëfficiens 2 B — $\frac{Z \text{ in } R}{S}$ reducatur ad ſimpli-

cem

Google

cem D,& Homogeneum comparationis fiat G planum : quare æquatio eſt inter A quad. + D in A, atque G planum : ex quo facile inuenitur A.

Quæ omnia, vt clariùs intelligantur, exponantur in numeris. Sit Z 6, differentia laterum B 4 : Ratio quadrati lateris maioris ad rectangulum propoſitum in Problemate, ſit 49 ad 24. Igitur 2 B eſt 8, $\frac{Z \text{ in } R}{S}$ eſt 12 $\frac{1}{4}$; igitur coëfficiens D eſt — 4 $\frac{1}{4}$, cuius ſemiſſis — 2 $\frac{1}{8}$ quadratum eſt + $\frac{289}{64}$, hoc eſt 4 $\frac{33}{64}$ addendum homogeneo Comparationis. Quia verò $\frac{Z \text{ quad. in } R}{S}$ eſt 73 $\frac{1}{2}$, & demẽdũ eſt B quadr. hoc eſt 16, remanet G planũ 57 $\frac{1}{2}$, cui adde $\frac{1}{4}$ D quad. 4 $\frac{33}{64}$ fit 62 $\frac{1}{64}$ cuius radix eſt 7 $\frac{7}{8}$; ex qua demendo coëfficientis D ſemiſſẽ — 2 $\frac{1}{8}$ (mutata ſubductione in Additionem iuxta regulam Signorum) eſt A latus minus 10, & latus maius A + B eſt 14, cuius quadratum 196 ad rectangulum ſub Z, & Z + A 96 eſt vt 49 ad 24, ſcilicet vt R ad S.

Quod ſi rectangulum, de quo in Propoſitione, eſſet ſub aggregato ex latere maiori, & differentia Z, eadem eſſet methodus inueniendi

latus

latus maius ſicut dictum eſt de latere minori, cum eſſet Antecedens Rationis, & poneretur A latus maius quæſitum. Ratio autem R ad S non eſſet eadem, ſed alia, vt eſt manifeſtum.

PROBLEMA IX.

Data (Z) differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione (R ad S), quam habet quadratum aggregati ex prædicta differentia (Z) & latere alterutro circa verticem, ad exceſſum, quo idem ſuperat Quadratum prędictæ differentiæ (Z), datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

Latus quæſitum ſit Algebricè A: aggregatum ex latere, & differentia Z eſt A † Z; cuius quadatū A quadr. † 2 A in Z † Z quad. ad eius exceſſum ſupra Z quadr. hoc eſt ad A quadr, † 2 A in Z, eſt vt R ad S. Auferatur S ex R, & ſit reſiduum M. Igitur conuertendo, & diuidendo A quadr. † 2 A in Z ad Z quadr. eſt vt S ad M.

Quoniam verò tria plana ſingularia A quadr., A in Z, Z quadr. ſunt continuè proportionalia, erit illius aggregati quadratum, ſcilicet A quadr. † 2 A in Z † Z quadr. Summa trium proportionalium magnitudinum, ſecunda

da bis ſumpta: & exceſſus A quadr. † 2 A in Z eſt ſumma duarum ex illis ſecunda bis ſumpta, & Z quadrat. eſt tertia. Ergo ſimiliter data R eſt ſumma trium proportionalium ſecunda bis ſumptà, S eſt ſumma primæ, & bis ſecundæ, M verò eſt tertia. Igitur ponatur E ſecunda, & eſt prima trium continuè proportionalium S – 2 E, ſecunda E, tertia M. ac propterea E quadr. æquatur S in M – 2 E in M; & facta Antitheſi E quadr. † 2 E in M æquatur S in M. Quare innoteſcit E, quæ bis ablata ex S relinquit F. Sunt ergo tres continuè proportionales F, E, M: ac proinde F † 2 E † M eſt ad M, vt A quadr. † 2 A in Z † Z quadr. eſt ad Z quadr. Et demum vt F prima ad M tertiam, ita A quadr. ad Z quadr. & vt F prima ad E ſecundam, ita A ad Z.

Cum itaque data ſit Z, fiat vt E ad F, ita Z ad aliam lineam, & prouenict A latus quæſiti trianguli.

Sit A latus inuentum quæſiti trianguli latus minus: in recta H C ſumatur C B æqualis datæ differentiæ Z: tum in B facto centro, & interuallo ipſius lateris A inuenti, deſcribatur arcus G I. Deinde ſi datus angulus adiaceat minori lateri, ſit angulus H B G, & ex G ducatur G C, atque ex G centro, interuallo

PROBLEMA X.

Data Differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione (R ad S), quam habet aliquota pars rectanguli ſub lateribus circa verticem datum planum (N quadr.) aſſumens, ad aliud itidem datum planum (M quadr.), datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

DAta plana, quæcumq; illa ſint, reducantur ad quadrata, & plani aſſumpti latus ſit linea N, alterius verò latus ſit linea M, quarum linearum quadrata ſunt datis planis æqualia. Sit pars rectanguli ſub lateribus circa verticem quæſiti trianguli ex gr. Quinta: hæc eſt $\frac{1}{5}$ quadrati æqualis rectangulo ſub illis lateribus, quæ addita quadrato ipſius N habet ad M quadratum Rationem datam R ad S. Sit illa pars quinta A quadr. Igitur A quadr. + N. quadr. ad M quadr. eſt vt R ad S. Quare A quadr. in S + N quadr. in S. æquatur M quadr. in R; & facta Antitheſi A quadr. in S æquatur M quadr. in R – N quadr. in S. & per Paraboliſmum facta communi applicatione ad S, A quadr. æquatur $\frac{\text{M quadr. in R}}{\text{S}}$ – N quadr.

Inue-

Inueniatur planum æquale $\frac{M\ quadr.\ in\ R}{S}$, & erit, ex 34. lib. 11. Elem. vt altitudo S ad altitudinem R, ita baſis M quadr. ad baſim, quæ ſit D quadr. Igitur Ratio S ad R eſt duplicata Rationis M ad D. Ergo inter S & R inuenta media proportionali V, eſt vt S ad V, ita M ad D. Quare æquatio eſt inter A quadr. atque D quadr. —— N quadr. Igitur in triangulo rectangulo, cuius hypothenuſa ſit D; latus alterum circa rectum ſit N, reliquum latus eſt A, cuius quadratum eſt $\frac{1}{5}$ rectanguli ſub lateribus quæſiti trianguli.

Iam itaque nota eſt A linea, inter quam, & lineam eiuſdem quintuplam inueniatur media proportionalis T, cuius quadratum erit quintuplum ipſius A quadr. ac propterea æquale rectangulo ſub lateribus circa verticem trianguli. Eſt igitur nota Ratio rectanguli ſub lateribus circa verticem ad datum planum M quadr. (ſcilicet Ratio quam habet quadratum lineæ T ad quadratum lineæ M) ergo etiam ex Problemate 6. innoteſcit quæſitum triangulum.

PRO-

PROBLEMA XI.

Data (Z) differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione (R ad S), quam habet aggregatum quadratorum è lateribus circa verticem ad datum planum (M quadr.) datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

SIt linea M potens quadratum æquale dato plano cuicumque: & erit vt S ad R, ita M quadr. ad aliud, & ſit D quadr. ęquale aggregato quadratorum è lateribus. Ergo Ratio S ad R eſt duplicata Rationis M ad D: propterea inter S, & R ſtatuatur media proportionalis T, & fiat vt S ad T, ita M ad D, & eſt inuentæ lineæ D quadratum æquale aggregato quadratorum è lateribus quæſiti trianguli.

Quoniam verò plurimæ ſunt combinationes laterum, quorum quadrata ſimul ſumpta æquantur inuentæ lineæ D quadrato, hæc determinationem accipiunt ex angulo dato, & data Z differentia. Et quidem ſi quæſitum triangulum eſſe deberet rectangulum, res facilis eſſet: ducatur enim recta C B, in qua C A ſit æqualis differentiæ datæ Z, A B verò æqualis inuentæ lineæ D; & ſuper A B diametro deſcribatur ſemicirculus A E B,

Si datus angulus adiaceat lateri minori, fiat illi æqualis angulus B A E, ſin autem detur angulus adiacens lateri maiori, ſit B A E illius complementum: & ducatur recta C E. Demum interuallo E A, centro E, deſcribatur arcus ſecans rectam C B in F, & ducatur recta E F; erit enim triangulum quæſitum C E F; angulus enim C F E æqualis angulo F A E, ex 5.lib.1.Elem. vel eſt æqualis dato, vel dati anguli complemento, & propterea angulus ad C eſt datus. Latera autem C E, & E F habere datam conditionem, & eorum quadrata ſimul ſumpta æqualia eſſe quadrato lineæ A B, hoc eſt D inuentæ, ſic oſtenditur.

Quia A E B eſt angulus in ſemicirculo, eſt rectus, ex 31.lib.3. Elem. & angulus B A E ex conſtructione eſt complementum anguli ad C, erit angulus A B E æqualis angulo C, ac propterea, per 6.lib.1., linea B E æqualis eſt lineæ C E, & linea E A ęqualis eſt lineæ E F: igitur quadrata linearum C E, & E F æqualia ſun quadratis linearum B E, & E A, hæc autem, ex 47.lib.1.Elem. æqualia ſunt quadrato lineæ A B; eidem igitur quadrato æquale eſt aggregatum quadratorũ è lateribus C E, & E F, quod proinde ad planum datum M quadr. habet datam Rationem R ad S.

Verùm,

Verùm, cum incerta ſit ſpecies anguli verticalis, ſi acutus fuerit, vel obtuſus, methodus hæc, quę rectangulo triangulo conuenit, vſum non habet: quamuis enim poſita differentia Z, ſcilicet C A, & conſtituto angulo dato, vel A C E, vel B A E, ita aſſumi oporteat punctum E, vt duo latera C E, & E A accommodari poſſint in ſemicirculo deſcripto circa inuentam lineam D, cum tamen nihil adhuc certi deprehenderim, quod omnibus caſibus ſatisfaciat, ſatiùs duco rem aliter abſoluere.

Dato Angulo, qui lateri maiori opponitur, ducta C F, & aſſumpta C A æquali ipſi Z, & facto angulo dato F A E, producatur recta E A, & ex C in illam cadat perpendicularis C H. Quare datur A H, & ſit H, atque C H ſit C, A E autem eſt A ex hypotheſi. Igitur quadratum lateris C E per 47. lib. 1. Elem; æquale eſt quadratis C H, & H E ſimul ſumptis, & quadratum eiuſdem lateris C E eſt D quadr. − A quadr. Quadratum lateris C H eſt C quadr.; quadratum lateris H E, per 4. lib. 2. Elem., eſt A quadr. † 2 H in A † H quadr. cui ſi addatur C quadr. ęquabitur hęc ſumma ipſi D quad. − A quadr. Facta Antitheſi 2 A quadr. † 2 H in A æquatur D quadr. − H quadr. − C quadr. & omnibus

per 2. diuiſis, A quadr. † H in A æquatur $\frac{1}{2}$ D quadr. — $\frac{1}{2}$ H quad. — $\frac{1}{2}$ C quadr. Quare inuenitur A, ſcilicet latus A E, & ex E ducta recta E C dat latus maius, atque adeo E F eſt latus minus æquale ipſi A E. Vt res hæc clariùs explicetur, Ratio R ad S ſit 37. ad 16; Z, hoc eſt C A, ſit 6, planum datum ſit 128. Ergo vt 16 ad 37, ita 128 ad 296 aggregatum quadratorũ è lateribus, videlicet D quadr. Angulus datus ſit grad. 60, ac propterea angulus H A C ad verticem illi eſt æqualis, & nota hypothenuſa C A in triangulo rectangulo A H C. Ex his datis, per Trigonometriam eſt H A 3, H C 5 $\frac{196}{1000}$; igitur H quadr. 9. & eius ſemiſſis 4 $\frac{1}{2}$; C quadr. 26 $\frac{998}{1000}$, eius ſemiſſis, 13 $\frac{499}{1000}$; ac propterea ex $\frac{1}{2}$ D quadr., videlicet ex 148. auferatur 4 $\frac{1}{2}$, & 13 $\frac{499}{1000}$, hoc eſt 18, remanẽt 130: huic addatur $\frac{1}{4}$ H quadr., ſc. quadr. ſemiſſis coëfficientis H, videlicet 2 $\frac{1}{4}$, ſumma eſt 132 $\frac{1}{4}$ hoc eſt $\frac{529}{4}$, cuius radix $\frac{23}{2}$; quæ ſi multetur ſemiſſe coëfficientis H, nimirum 1 $\frac{1}{2}$, remanet

net A 10,cuius quadratum 100 demptum ex D quadr. 296 relinquit 196, cuius Radix 14 eſt quantitas reliqui lateris C E.

Quod ſi Angulus datus lateri minori opponatur,ſtatuatur illi æqualis A C E, & ex A in rectam C E cadat perpendicularis A P; nam ſi ponatur eſſe triangulum C E A, lateris A E quadratum æquale eſt quadratis A P, & P E,ex 47.lib.1.Elem.& idem quadratum A E æquale eſt D quadrato minùs quadrato ipſius C E. Quare P E ſit A,P A ſit P,P C ſit C;igitur quæſitum latus maius eſt C † A, cuius quadratum auferendū eſt ex D quadr. Igitur A quadr. † P quadr. æquatur D quadr.— A quadr.— 2 C in A— C quadr.:Et facta Antitheſi, erit 2 A quadr. † 2 C in A æquale D quadr.— C quadr.— P quadr.: & omnibus per 2 diuiſis, A quadr. † C in A ęquatur $\frac{1}{2}$ D quad. — $\frac{1}{2}$ C quad.— $\frac{1}{2}$ P quad. Quapropter inuenitur A, ſcilicet P E addenda lineæ C P, vt habeatur totum latus C E.

Sed hic iterum ex numeroſa reſolutione methodi propoſitæ veritas innoteſcat. Primùm in triangulo C P A rectangulo data eſt hypothenuſa C A æqualis datæ Z 6, & datus eſt angulus P C A gr.38.m.13. inuenitur er-

go per Trigonometriam latus P A $3\frac{712}{1000}$, & latus P C $4\frac{714}{1000}$. Deinde ex $\frac{1}{2}$ D quadr. hoc eſt ex 148, auferatur $\frac{1}{2}$ C quadr. $11\frac{111}{1000}$, & $\frac{1}{2}$ P quadr. $6\frac{889}{1000}$, & remanet 130; cui addatur quadratum ſemiſſis coëfficientis C, nimirum $5\frac{55}{100}$, & eſt ſumma $\frac{13555}{100}$, cuius radix eſt $\frac{116}{10}$, ex qua auferre oportet ſemiſſem coëfficientis C $2\frac{3}{10}$; & reſiduum $9\frac{3}{10}$ eſt A, videlicet P E; huic addatur P C $4\frac{7}{10}$, eſt tota C E 14. cuius quadratum 196. demptum ex D quadr. 296. relinquit minoris lateris A E quadratum 100. & eſt A E 10, cui æquale eſt latus minus A F.

PROBLEMA XII.

Data (Z) differentia Segmentorum Baſeos, vnà cum Ratione (R ad S), quam habet quadratum aggregati laterum circa verticem aſſumens datum planum (N quad.) ad datum itidem planum (M quad.), datoque alterutro angulorum ad baſim, reperire triangulum.

Sit

SIt laterum aggregatum A, eiuſque quadratum A quad. aſſumens N quadr. ęquale dato plano cuicumque, & erit vt R ad S ita A quad. + N quad. ad M. quad. æquale alteri dato plano. Ergo A quadr. in S + N quadr. in S æquatur M quadr. in R, & per Antitheſim A quad. in S æquatur M quadr. in R — N quadr. in S, & per Paraboliſmum facta communi applicatione ad S, A quadr. æquatur $\frac{M\ quad.\ in\ R}{S}$ — N quad. Tum ad inueniendum planum æquale Fractioni, fiat vt S ad R, ita M quadr. ad aliud, quod ſit D quadr. Et quia ratio M ad D eſt ſubduplicata Rationis ſuorum quadratorũ, etiam eſt ſubduplicata Rationis S ad R; ideo inter S & R inueniatur media proportionalis T, & fiat vt S ad T, ita M ad D: eſt igitur D quadr. idem ac Fractio $\frac{M\ quad.\ in\ R}{S}$. Quare A quadr. æquatur D quadr. — N quadr. ac propterea circa D deſcripto ſemicirculo, in eo accommodetur N, & erit A quæſitum aggregatum laterum. Eſt itaque data Ratio aggregati laterum A ad lineam datam N; igitur per Problem. 2. inuenitur triangulum.

ADDITAMENTVM ARITHMETICVM.

QVoniam in aliquorum Problematum explicatione, vt res clariùs eluceſceret, facta eſt linearum reſolutio in numeros, placet hic, mantiſſæ loco, indicare, quid in ſingulis fieri oporteat, vt latera quæſiti trianguli inueniantur. Notis autem lateribus, & vno ſaltem angulo, baſis innoteſcit, & trianguli altitudo, ex qua, & Baſis ſemiſſe conficitur trianguli area, vt notum eſt.

AD PROBLEMA I.

SIt data differentia Segmentorum Baſeos OI 6, Ratio lateris minoris H L ad differentiam laterum N I ſit vt 5 ad 2, vel lateris maioris L I ad eandem differentiam vt 7 ad 2: igitur latera ſunt, vt 5 & 7. Detur angulus L H I grad. 60: fiat vt L I 7 ad L H 5, ita Sinus grad. 60. 86602 ad 61858 Sinum anguli H I L grad. 38. m. 12. ſec. 50. Quare angulus verticalis I L H eſt grad. 81. m. 47. ſec. 10, cuius Sinus 98974 dat baſim H I partium 8, quarum L I eſt 7:

Cum verò ex Corollario 1 prop. 36. lib. 3. Elem. rectangulum ſub tota I P, hoc eſt laterum aggre-

aggregato, & N I, hoc eſt, laterum differentia, æquale ſit rectāgulo ſub baſi H I, & ſegmentorum baſis differentia O I, erit per 16. lib. 6. Elem. vt baſis 8 ad laterum aggregatũ 12, ita laterum differentia 2 ad Segmentorum baſis differentiam 3. Atqui O I data eſt 6; igitur vt 3 ad 6, ita 8 ad 16, ita 5 ad 10, ita 7 ad 14: igitur ex data differentia Segmentorum baſis, & dato angulo, & data Ratione lateris ad differentiam laterum, inuenta ſunt latera, & anguli trianguli quæſiti; nimirum baſis 16, latera 10, & 14.

Quod ſi angulus datus eſſet H I L gr. 38, m. 12. ſec. 50, eadẽ vtendũ eſt methodo, vt cõſtat.

AD PROBLEMA II.

Data differentia Z ſit 6, Ratio R ad S ſit 12 ad 7. Data linea D ſit 14: igitur vt 7 ad 12, ita 14 ad 24 aggregatum laterum. In primo caſu datur angulus B A E gr. 38. m. 12. ſec. 50. comprehenſus à lateribus datis A E 6, & A B 24; Igitur vt horum crurum aggregatum 30 ad eorum differentiam 18, ita ſemiſummæ angulorum ad baſim gr. 70. m. 53. ſec. 35. Tangens 288670, ad 173203 Tangentem grad. 60 differentiæ auferendæ ex ſemiſumma illa, vt habeatur angulus minor A B E gr. 10. m. 53. ſec. 35, & addendæ,

 vt

vt habeatur angulus maior A E B gr. 130. m. 53. ſec. 35: ex quo notus redditur, qui eſt illi deinceps angulus B E I gr. 49. m. 6. ſec. 25: cui ſi addatur angulus B E G æqualis, per 5. lib. 1. Elem. angulo inuento E B G grad. 10. m. 53. ſec. 35, totus angulus G E I (cui æqualis eſt angulus G I E) eſt grad. 60; & hic eſt alter angulus ad baſim quæſiti trianguli, ex quo innoteſcit, & verticalis A G I.

Ad diſtinguenda verò latera, quorum aggregatum A B iam notum eſt, cum G B, & G I lineæ æquales ſint, inuenitur G B in triangulo rectangulo B F G, ſi prius in triangulo A E B inueniatur baſis E B, cuius ſemiſſis eſt F B. Quare vt anguli E B A grad. 10. m. 53. ſec. 35. Sinus 18897, ad Anguli A dati gr. 38. m. 12. ſec. 50. Sinum 61860, ita latus A E 6 ad baſim E B 19 $\frac{64}{100}$; cuius Semiſſis F B eſt 9 $\frac{82}{100}$. Quare fiat vt anguli F B G Sinus complementi 98197 ad Radium 100000, ita F B 9 $\frac{82}{100}$ ad G B 10; igitur G A 14.

In ſecundo caſu datur M E 6, E K 24, angulus C E K grad. 60: quare notus angulus M E K. Semiſumma angulorum ad baſim M K eſt grad. 30. Quare vt laterum M E, E K ſumma 30 ad eorum differentiam 18, ita grad.

30.

30. Tangens 57735 ad 34641 Tangentem grad. 19. m. 6. ſec. 24 $\frac{1}{8}$ Semidifferentiam angulorum ad baſim. Quare angulus G M E eſt gr. 38. m. 12. ſec. 48. $\frac{3}{4}$, ac proinde angulus M G E gr. 21. m. 47. ſec. 11. $\frac{1}{4}$ Igitur vt anguli M G E Sinus 37114 ad anguli G M E Sinum 61859, ita M E 6, ad E G 10, & remanet G K 14. Vbi vides nihil officere exiguam differentiam in minutis ſecundis, hic enim minuta ſecunda 48 $\frac{3}{4}$ deficiunt à ſec. 50. quæ in primo caſu poſita ſunt.

AD PROBLEMA III.

SIt eadem data differentia Z 6, linea B demenda ex aggregato laterum ſit 8, linea D ſit 9. Ratio data R ad S ſit 32 ad 18. Igitur conuertendo vt 18 ad 32, ita 9 ad reſiduum aggregati laterum dempta B, videlicet ad 16; cui ſi addatur B 8, eſt laterum aggregatum 24. Reliqua per antecedens Problema ſoluuntur.

AD PROBLEMA IV.

Nihil hic addendum; neque enim differt à primo, niſi quatenus Conſequens Rationis in illo, hic ſit Antecedens.

AD PROBLEMA V.

Data ſit Z 6, Ratio R ad S $2\frac{2}{5}$ ad 1. igitur latus minus ad differentiam laterum eſt vt 1 ad $\frac{2}{5}$, & latus maius ad eandem differentiam eſt vt $1\frac{2}{5}$ ad $\frac{2}{5}$ Soluitur ergò per Problema 1.

AD PROBLEMA VI.

Quæ ibi dicta ſunt, ſatis eſſe poſſunt ad inueniendam in numeris quantitatem laterum. Solùm monendus eſt Analyſta ſatius eſſe tribuere 1 ℞ minori lateri, quàm maiori, vt minùs à vero aberret, cum ad multiplicandũ, vel diuidendũ numerum inuẽtũ vtatur ſola prima figura radicis dati plani. Quod ſi datum planum tam ingens eſſet, vt eius Radix quadrata pluribus figuris conſtaret, vtere prioribus, relicta vltima. Verùm vt

examines,

examines, an iuſta ſint latera ſic inuenta in triangulo, quod pro baſi habet datam Z differentiam ſegmentorum Baſeos; quære ex datis, & inuentis, baſim trianguli quæſiti. Deinde fiat vt} baſis inuenta ad aggregatum laterum inuentorum, ita eorundem laterum differentia ad aliud; Si enim proueniat numerus datæ Z differentiæ æqualis, iudicium erit, rem totam bene proceſſiſſe.

Vnum præterea obſeruare oportet in multiplicatione numeri inuenti per 1 ℞; quod ſcilicet addenda eſt figura vltimo loco, habita ratione fractionis, quæ numero integro adhæret, vt propiùs accedas ad Sinum præciſum anguli quęſiti. Sic in exemplo allato inuentus eſt numerus 3711 $\frac{1}{2}$ ℞, ſi adderetur o, eſſet 37110 Sinus gr. 21. m. 47. ſed quia adhæret fractio $\frac{1}{2}$, vt accedam ad minuta ſecunda, accipio Sinum 37114, aut 37115 gr. 21. m. 47. ſec. 10.

Demum ſi animaduerteris datum angulum ad baſim valdè acutum eſſe, & datam differentiam Z eſſe valdè paruam, comparatam cum Radice dati vel inuenti plani ſub lateribus, indicium eſt latera magis differre longitudine inter ſe, atq; proinde mediam proportionalem

tionalem L magis diſtare à longitudine lateris minoris, quod ponitur eſſe 1 ℞: ac propterea minùs accuratè inuenitur, quod quæritur. Contra verò ſi angulus ad baſim datus non ſit adeò acutus, & data differentia Z propiùs accedat ad longitudinem mediæ L, ſecuriùs operaberis ponēdo latus minus 1 ℞.

Vel etiam hoc pacto inueſtigentur latera, ſi nimis incerta videatur propoſita methodus; Sit A B 6 æqualis datæ differentiæ Z, B I æqualis ℞ 140, nimirum 11 $\frac{83}{103}$. Interuallo B I deſcribatur arcus centro B, & eodem interuallo deſcribatur arcus centro A. Tum fiat dato angulo æqualis angulus A B D gr. 38. m. 12. ſec. 50. & ducantur rectę A C, & A D. Quia B C æqualis ipſi B I eſt media proportionalis inter vera latera, certum eſt quod latus maius trianguli quæſiti maius eſt illa, latus verò minus eadem minus eſt; ac propterea latus maius excedit B C, latus verò minus deficit ab A D. Quare vera latera trianguli quæſita concurrunt inter C, & D.

In triangulo A B C datur A B 6, B C 11. $\frac{83}{103}$ & angulus comprehenſus A B C gr. 38. m. 12. ſec. 50. Vt anguli ad baſim inueniantur, eorū ſemiſumma eſt gr. 70. min. 53. ſec. 35.

Igitur

Igitur vt laterum ſumma 17. $\frac{83}{100}$ ad eorum differentiam 5 $\frac{83}{100}$, ita ſemiſummæ Tangens 288669 ad 94177 Tangentem grad. 43. m. 17 differentiæ, quæ additur, & demitur ſemiſummæ. Eſt ergò angulus B A C gr. 114. m. 10. ſec. 35, & B C A gr. 27. m. 36. ſec. 35. Quare vt gr. 27. m. 36. ſec. 35. Sinus 46344 ad gr. 38. m. 12. ſec. 50. Sinũ 61860, ita AB 6, ad AC 8 $\frac{8}{1000}$. Atqui ſi ducatur A C, in C B, productum 94 $\frac{735}{1000}$ deficit à rectangulo 140, quod fit à lateribus veris, defectu 45. $\frac{265}{1000}$.
Similiter in triangulo B D A latus B A datur 6, A D eſt 11 $\frac{83}{1000}$ ergo vt A D ad A B, ita anguli B dati Sinus 61860, ad 31377 Sinum anguli B D A gr. 18. m. 17. ſec. 12. Igitur angulus B A D eſt gr. 123. m. 29. ſec. 58, cuius Sinus eſt 83388; ac proptereà vt Sinus anguli A D B ad Sinum anguli B A D, ita A B 6 ad B D 15 $\frac{945}{1000}$ Ducatur B D in D A, productum 188 $\frac{629}{1000}$ excedit 140 per 48 $\frac{629}{1000}$
His habitis, per Regulam duplicis falſæ poſitionis veritatem inquiro. Et quia pro latere maiori prima poſitio fuit B C 11 $\frac{8}{10}$ cum errore

rore minùs 45 $\frac{2}{10}$, Secunda poſitio fuit B D 15 $\frac{9}{10}$ cum errore plus 48 $\frac{6}{10}$, prouenit lateris maioris vera quantitas 13 $\frac{77}{100}$, hoc eſt 14 ob neglectas fractiunculas.

11.8. −	45.2.	718.68.
15.9. −	† 48.6.	57348.

Per 93.8 diuide 129216. Quotiẽs 13.77. Et quia pro latere minori prima poſitio fuit A C 8 cum errore minus 45 . 2. Secunda Poſitio fuit A D 11. 8. cum errore plus 48. 6, prouenit latus minus partium 9 $\frac{83}{100}$.

8. −	45.2.	533.36.
11.8. −	† 48.6.	388.80.

Per 93. 8 diuide 922 16. quotiẽs 9. 83. (quarum A B eſt 6) hoc eſt 10. Et latera quęſita trianguli eſſe 14, & 10, quia inter hæc media proportionalis eſt ℞ 140, manifeſtũ eſt. Hoc idem opus duplicis falſæ poſitionis exerceri poteſt in lineis. Sit enim I B vera media inter vera latera, æqualis ſcilicet inuentæ L. Intet A C, & A B inueniatur media B E; ergò ſub his falſis lateribus rectangulum deficit à vero per quadratum E I. Item inter A D, & D B inueniatur media B G, cuius quadratum excedit quadratum B F, hoc eſt

B I.

B I, per quadratum F G. Primus error ſit H quad., Secundus N quad. ,ſumma errorum eſt M quad.

Pro latere minori prima Poſitio fuit A C, ſecunda A D; igitur A C in ſecundum errorem eſt Cubus primæ duarum mediarum inter A C, & N: & A D in primum errorem eſt cubus primæ mediæ inter A D, & H (quocumque tandem modo duæ mediæ reperiantur) Horum Cuborum ſumma applicata ad M quad. ſummam errorum, dabit longitudinem P quæſitum latus minus trianguli.

Sed facilitatis causà prima Poſitio ſit C, Secunda D. Igitur $\frac{\text{C in N quad.}}{\text{M quad.}} \dagger \frac{\text{D in H quad.}}{\text{M quad.}}$ eſt vltimum. Fiat vt M quad. ad N quad. ita C ad Z, & vt M quad. ad H quad. ita D ad X, nam X † Z, hoc eſt P linea eſt latus minus quęſitū. Simili methodo inueniendum etiam latus maius manifeſtum eſt, quia plura addantur.

AD PROBLEMA VII.

QVæ huc ſpectant, ſatis explicata ſunt, vt inueniatur Ratio laterum inter ſe; ſubducto enim minori ex maiore fit reſidua illorum differentia, ac proinde nota eſt

Ratio

Ratio alterutrius lateris ad differentiam ; ex qua & cęteris datis per Probl. 1. ſatisfit Quęſtioni.

AD PROBLEMA VIII.

DAta Differentia Z ſit 6. Ratio R ad S ſit 25 ad 24. Igitur tres proportionales ſunt 24 – 1 ℞: 1 ℞: 25. Factū ex prima in tertiam eſt 600 – 25 ℞; æquatur quadrato ſecundæ, ſcilicet 1 quadr. & per Antitheſim 1 quadr. † 25 ℞ æquatur 600. Huic adde $\frac{1}{4}$ quadrati coëfficientis 25, hoc eſt 156 $\frac{1}{4}$, & eſt ſumma 756 $\frac{1}{4}$ cuius radix $\frac{55}{2}$, ex qua aufertur 12 $\frac{1}{2}$ ſemiſſis coëfficientis, & remanet 15 pretium 1 ℞. Eſt igitur prima 9. Secunda 15. tertia 25. Quare vt 9. ad 15. ita Z 6 ad 10 latus minus quæſiti trianguli.

Hinc patet quadratum lateris 100. ad rectangulum ſub 10 † 6. & 6, hoc eſt ad 96, eſſe vt R ad S, hoc eſt vt 25. ad 24.

In triangulo igitur G B A datur vnus angulus ſiue G, ſiue B, datur latus G B 6, & datur latus G A inuentum 10; per Trigonometriam ergo innoteſcit & reliquum latus A B, 14, & demum totum triangulum F B A.

Simili-

Simili ratione detur differentia Z 6, Ratio R ad S 49 ad 30, quam habeat quadratum lateris maioris ad rectangulum ſub aggregato ex prędicta differentia, & latere eodem maiori: 30 — 1 ℞ eſt prima, 1 ℞ eſt ſecunda, 49 eſt tertia: demũ æquatio eſt inter 1 Q † 49 ℞, & 1470; vnde exurgit 21 pretiũ 1 ℞; & ſunt tres proportionales 9. 21. 49. Quare vt 9 ad 21 ita Z 6 ad 14 latus maius quæſiti trianguli, cuius lateris quadratum 196 ad rectangulum ſub 14 † 6, & 6, hoc eſt ad 120 habet Rationem datam 49 ad 30.

Cum itaque in triangulo A B G nota ſint latera A B, & B G, vna cum alterutro angulorum, notus fiet reliquus angulus ad G B per Trigonometriam: ac propterea in Triangulo quæſito F A B cum noti ſint ambo anguli ad baſim F B, & notum ſit latus alteri eorum oppoſitum, videlicet A B, inuenitur reliquum latus, & Baſis.

AD PROBLEMA IX.

Data Differentia ſegmentorum baſis Z ſit 6, eius quadratum eſt 36, quod ſuperatur à quadrato aggregati ex Z & latere minori tali exceſſu, vt hoc quadratum ad exceſſum ſit in Ratione R ad S, hoc eſt 64 ad 55, quo-

rum

rum differentia eſt 9. Igitur vt 9 ad 55, ita Z quad. hoc eſt 36, ad 220, cui ſi addatur 36, fit 256 quadratum illius aggregati, cuius radix eſt 16: igitur latus minus plus Z eſt 16; auferatur Z 6, remanet 10 latus minus.

At ſi ſumatur quadratum lateris maioris plus differentia Z ad exceſſum ſupra Z quadr. & Ratio ſit 100 ad 91, fiat vt horum differentia 9 ad 91, ita Z quad. 36 ad 364, cui ſi addatur Z quad. 36. quadratum eſt 400, à cuius radicè 20 ſi dematur Z 6, reliquum eſt latus maius 14.

Cum itaque in triangulo B G C data ſit B C æqualis ipſi Z, & alterutrum latus ſit inuentum, datuſque ſit alteruter angulorum ad B, nota fiunt quæ adhuc latent, per Trigonometriam, atque adeò etiam quæſitum triangulum H G C innoteſcit.

Quod ſi retentà priori Ratione 64 ad 55, latus quod deprehenditur eſſe 10, ſtatuatur latus maius trianguli E D C, & B C, hoc eſt Z data, ſit 6, anguluſque comprehenſus ſit idē grad 38. m. 12. ſec. 50; fiat vt ſumma laterum 16 ad differentiam eorum 4, ita ſemiſummę angulorum ad baſim grad. 70. m. 53. ſec. 35. Tangens 288670 ad 72167 Tangentem gr. 35. m. 49. differentiæ addendæ ſemiſummæ angulorum ad baſim, vt habeatur obtuſus

gr. 106.

gr.106.m.42.ſec.35.Quare lateri maiori inuento oppoſitus angulus in triangulo D E C eſſet gr.73.m.17.ſec.25. & proueniret latus E D 6 $\frac{458}{1000}$ Ex quibus conſtat non eandem eſſe poſſe Rationem R ad S, ſi inquiratur latus maius, ac ſi inquiritur latus minus in eodem triangulo.

AD PROBLEMA X.

INquiratur pars quinta rectanguli ſub lateribus aſſumens planum N quad. 40, & habeat ad planum M quad. 30, Rationem R ad S, quæ ſit 34 ad 15. Ducatur 30 in 34, & productum 1020 diuidatur per 15; quotiens 68 eſt ſumma ex plano 40, & quinta parte rectanguli ſub lateribus; auferantur 40, remanet 28 pars quinta quæſita. Ducatur hæc per 5, totum rectangulum ſub lateribus eſt 140. Eſt igitur nota Ratio 140 ad 30 rectanguli ad datum planum, & reliqua ex Problemate 6. abſoluuntur.

AD PROBLEMA XI.

SAtis eſſe poſſunt ibi dicta, & explicata; neque enim peculiari explicatione indigent

quæ

quæ dicta ſunt de triangulo quæſito, ſi rectangulum eſſe ponatur: quia ſi angulus C E F eſt rectus, & vt R ad S ita aggregatum quadratorum ex lateribus ad datum planum M, conuertendo eſt vt S ad R ita M planum ad ſummam quadratorum è lateribus: Eſt autem, ex 47 lib. 1. Elem. Hypothenuſæ C F quadratum illi ſummæ æquale, ac proinde & eius Radix, quantitas lineæ C F, nota eſt. Quare in triangulo rectangulo data Hypothenuſa, & alterutro laterum adiacentium, inueniuntur latera per Trigonometriam.

AD PROBLEMA XII.

PLanum, quod aſſumitur à laterum aggregati quadrato, ſit 256, aliud verò planum 208 ſit Conſequens Rationis R ad S, hoc eſt 4 ad 1: igitur vt 1 ad 4 ita 208 ad 832; hinc auferatur planum aſſumptum 256, reſiduum 576 eſt quadratum aggregati laterum, cuius radix 24 eſt ipſum aggregatum laterum. Datorum planorum, ſiue N quadr. aſſumpti, ſiue alterius M quadr. eruatur radix quadrata, illius quidem 16; huius verò $14\frac{42}{100}$, & erit data Ratio aggregati laterum

ad

ad datam lineam, ſiue 24 ad 16, ſiue 24 ad 14 $\frac{42}{100}$, & per Problema 2. reliqua perficientur.

Et hæc quidem breuiter dicta ſufficiant, ne propoſita Problemata ſolutione careant: in quorum demonſtratione minuta ſingula perſequi ſuperuacuum duxi, cum omnibus vel leuiter Mathematica ſcientia aſperſis manifeſta ſint. Placuit autem in vno eodemque triangulo exempla omnia proponere, vt clariùs methodi veritas innoteſcat, vbi omnia ſibi mutua conſenſione reſpondent.

FINIS.

1401066

Digitized by Google

Digitized by Google

XIII
10

Digitized by Goo